

日本医科大学基礎科学紀要

第 54 号 2025 年 12 月

The Bulletin of Liberal Arts & Sciences Nippon Medical School

No. 54, December 2025

目 次

学校体育におけるラケットスポーツ導入のための Pickleball Gateway-Flexible Transfer Model (PG-FTM ; ピックルボール導入—拡張転移モデル) の提案 高橋憲司	… 1
ヘム代謝異常あるいは糖尿病モデルマウスにおける 概日時計システムの障害 岩館怜子	17
Circadian clock disorders in mice model of porphyria or diabetes mellitus Reiko IWADATE	
クライオ電子顕微鏡解析により明らかになった フィコビリソーム内発色団 β 82の3次元構造の比較と予備的考察 菊地浩人・白井幸太郎・堤建斗	31
Comparison of the Three-Dimensional Structures of Chromophore β 82 within the Phycobilisome Revealed by Cryo-Electron Microscopy and Preliminary Considerations Hiroto KIKUCHI, Koutarou SHIRAI, Kento TSUTSUMI	
摩擦項を伴う波動方程式に対する極限振幅の原理 中澤秀夫	45
Principle of limiting amplitude for dissipative wave equations Hideo NAKAZAWA	
睡眠に対する認知行動療法の発展 羽澄恵	85
The Evolution of Cognitive Behavioral Therapy for Sleep Megumi HAZUMI	

Problem-Based Learning における

AI を用いた授業評価システムに関して

藤崎弘士・早坂明哲・長谷部孝・藤倉輝道 93

An AI-Based Class Evaluation System for

Problem-Based Learning

Hiroshi FUJISAKI, Yoshiaki HAYASAKA,

Takashi HASEBE, Terumichi FUJIKURA

〈研究ノート〉

学校体育におけるラケットスポーツ導入のための Pickleball Gateway-Flexible Transfer Model (PG-FTM；ピックルボール導入—拡張転移モデル) の提案

高橋憲司*

抄録

学校体育のラケットスポーツは教材の幅が広い一方、技能格差が短期間で顕在化し、成功体験不足が苦手意識や参加回避を招きやすい。加えて施設・用具確保や授業規模での安全管理が学習機会を左右する。本稿はピックルボール(PB)を「入口教材」として位置づけ、段階的な発展と他種目への学習転移を同一枠組みで設計する Pickleball Gateway: Flexible Transfer Model (PG-FTM) を提案した。理論基盤には制約主導アプローチ(個体・環境・課題)を据え、非線形教育学による制約操作、用具・空間・ルールのスケーリング、種目間の課題類似性にもとづく転移設計を統合し、知覚—判断—実行の循環を保ったまま学びを接続する。PB はバドミントンコート転用でき、短柄のパドルと穴あきの軽量ボールにより操作性・安全性が高い。ノンボレーゾーンやツーバウンズルールが初心者ラリー成立を支え、車いすの2バウンド許容などの適応ルールも含め包摂的に実施できる。さらにディンク等の基礎技能は狭小空間でも反復しやすく、授業内学習を授業外の自主練習へ橋渡しする。PG-FTM は、①PB 導入(基礎→ゲーム→役割・運営→レギュレーション理解、必要に応じテニピン等を前段に挿入)、②制約選択による拡張(課題・個体・環境を調整し理由を言語化)、③到達経路として「パスA：PBを競技として深化」「パスB：卓球・バドミントン・テニス等へ制約操作にて段階的に接続」の2つの流れで学習を編

* 日本医科大学スポーツ科学教室

(2)

成する。有用性は技能・身体活動・心理・社会性・安全の5領域アウトカムで捉えつつ、制約選択の記録、学習機会の分配、運営・インテグリティ遵守、実装忠実度を過程指標として記録する。とくにセルフジャッジやコール、マナーを横断モジュールとして位置づけ、外傷件数だけでなくヒヤリハットと予防策遵守を組み込んだ安全プロトコルの整備を求める。今後は段階別の単元構成、ルーブリック、転移モジュールの効果検証を進め、再現可能な標準授業パッケージへ落とし込むことが課題となる。

第1章：背景と問題設定

学校体育におけるラケットスポーツ領域は、卓球・バドミントン・テニス型ゲーム等、多様な教材可能性を持つ一方、技能格差が顕在化しやすく、運動への苦手意識や成功体験不足は、継続的参加の阻害要因になる。また、用具や施設制約が学習機会を左右するといった課題も抱える。そこで本稿は、著者のこれまでの指導・教育・研究経験からピククルボール（以下、PBとも示す）を「ラケットスポーツの入口種目」として位置づけ、段階的な学習転移を生む教育モデル（：PG-FTM）を提案する。

PBは、バドミントンと同じコートサイズで、パドル（ラケット）を用いてプラスチック製の穴あきボールを打ち合う、テニス・卓球・バドミントンの要素を兼ね備えたラケットスポーツであり、1965年に米国・シアトル近郊で誕生した（日本ピククルボール協会）。近年、米国で急速に普及し、SFIA（Sports & Fitness Industry Association）調査では、2024年時点のプレー人口約1,980万人、APP（Association of Pickleball Players）調査では2023年に年1回以上プレーした成人は約4,830万人（成人の約19%）と報告がある。日本国内の普及も進み、日本ピククルボール協会（JPA）公式サイトの基本情報ページでは、2024年4月時点で国内の競技人口が約5,000人と記載されており、Pickleball Oneの調査（2025年3月）から競技人口約4.5万人、前年の約5倍に達しており、2026年1月末の時点でも愛好者・競技人口が急増している現状が伺われる。

学校体育の観点では、既存のラケットスポーツ教材には教育段階ごとの制約がある。筆者のこれまでの様々な教育・指導現場から得られた経験から、テニス・ソフトテニスはスイング軌道の大きさと操作の複雑さから、大学生も含め初学者には技能習得に時間を要し、特に「サービス成立の困難さ」がラリーやゲーム

移行を阻害しやすい。そして、教場となるテニスコートが必要となり、授業規模の30名受講者を想定するとテニスでは5面、ソフトテニスで3面のコート数確保が安全面の観点からも必要となる。バドミントンはシャフト長に起因し小学生では扱い難く、中学生も含め空振りが多く、高校生・大学生でも安定習得に課題が残る。特に、フォアのアンダーハンドでのサービスが成立しない(シャトルがラケットに当たらない)ケースがあり、大学生でもこの現状を一定数確認している。卓球は他のラケットスポーツに比べて技術的な難易度が較的に低いものの、授業規模での実施に際しては卓球台数の十分な確保が難しく、特に小・中学生においては設置・撤収時の安全管理に課題を残している。さらに、卓球はラリー時間や移動量の点で他のラケットスポーツと比較して運動強度が低く、体力づくりの観点からは十分な効果が得られにくい。小学校にて導入されることが多いテニピンは、簡易な道具とルールにより小学校低～中・高学年の児童にとって有効な導入教材として機能する。しかしながら、テニピンは簡易ゲームとして位置し、技能的発展性に乏しく、中学生以上の競技特性を深める段階においては、教材としての有効性は限定的であると言える。また、テニピンは教育現場外にてイベントや大会として目にするのがなく競技構造が成立していないことから、教育現場内やテニスの導入初期段階として活用される限定的な教材としてみなすこともできる。

これらの実務的課題に対し、PBは既存施設(バドミントンのコート・支柱等)を転用可能で、図1に示す短柄のバドルと穴あき軽量球(約25g)により操作性と安全性に優れ、ダブルスを中心なる授業展開においても、スクワット姿勢の維持と細かなフットワークの必要性から十分な身体活動を確保できる。また、初心者でも短時間でラリーが成立しやすく、ラリー継続を促すルール設計(※注¹ ノンボレーゾーン、※注² ツーバウンスルール)により多様な対象を同一ルール下で実施可能なインクルーシブなラケットスポーツとなっている。なお、PBはアダプティブルール(※注³ 車いす種目: 2バウンド返球可 等)が車いすテニス、車いすバドミントン、車いす卓球と同様に整備されている。



図1. バドルと穴あきボール

(4)

そして、PBは他のラケットスポーツと比較して、容易に素振り以外の自主練習に取り組める点にある。テニス・ソフトテニスでは壁打ち練習の様子を容易に想起できると思われるが、高さ・幅のある壁と学習者が動くことのできる一定の広さが必要であり、手軽に実施できるものではない。ピックルボールでは、2畳程度のスペースがあれば、壁に約90cmの高さの目印（正式なネットの高さは両端91.4cm、中央86.4cm）を付けることで、ネット際での短いショットのラリーを想定した自主練習に取り組むことができる。このネット際での短いショットは、ネット上にボールを浮かせないように相手の足元に落とすことで、相手の強打と攻めの機会を抑え、ミスを誘うショットとして非常に重要なスキルとされ、「ディンク」と呼ばれており、重要なスキルに位置付けられている。ダブルス種目においては、競技レベルが上がるほど、「ディンクを制する者は、ピックルボールを制する」という表現が言い過ぎのさらいはあるが、本質をついている表現となり、言い換えるのであれば「ディンクを制する者は、ダブルスの土俵を制する」「ディンクを安定させたペアが、負けにくくなる」という表現が妥当であろう。

以上を踏まえて、学校体育におけるラケットスポーツ教材には、技能習得の難易度、施設・用具の制約、授業規模での安全管理、さらには発展性や教育外への接続性といった複合的課題が存在することが明らかである。これに対しPBは、既存施設を転用できる実装容易性、初心者でも短時間でラリーが成立しやすい学習上の利点、身体活動量を確保しやすい授業特性、ノンボレーゾーンやツーバウンズルールに支えられた包摂性、加えてアダプティブルールによる障害者スポーツとしての展開可能性を併せ持つ。さらに、ディンクに代表される基礎技能が狭小空間でも反復練習しやすい点は、授業内学習を授業外の自主練習へ橋渡しし、継続的参加を促す要因になり得る。したがって本稿では、PBを「ラケットスポーツの入口種目」として位置づけ、テニピンを含む段階的導入を起点に、卓球・バドミントン・テニス・ソフトテニス等への学習転移を体系的に促す教育モデル(PG-FTM)を提案し、その教育的有用性を理論と実装の両面から検討する。

第2章 理論的枠組み(学習転移・スケーリング・非線形学習)

2.1 学習転移を生む教材設計

ラケットスポーツ間の転移を考える際、技能要素の類似(ラケット・パドル操作、反応、空間定位、対人戦略)だけでなく、以下の課題・個体・環境におけ

る制約の組合せとして教材設計する視点が有効となる。

- 課題（タスク）：練習の目的（例：ラリーを続ける、狙った場所に打つ、相手を動かす等）
- 個体：対象者の特性（身長、筋力、利き手、経験、得意・苦手等）
- 環境：プレーエリアの条件（コートの広さ、ネットの高さ、ルール、対戦相手等）

植田（2023）が紹介するエコロジカル・アプローチは、生態心理学における The Ecological Approach to Visual Perception (Gibson, 1979) を源流とし、運動技能を「個体・環境・課題」の相互作用として捉え、それらを制約する枠組み (Newell, 1986) と整合する理論基盤をもつ。この枠組みを授業・コーチングの実践へ翻訳した非線形教育学 (Nonlinear Pedagogy) は、制約操作を通じて変動性・自己組織化・多様な解の探索を促し、ゲーム型学習と親和的である (Chow et al., 2007 ; Davids et al., 2008 ; Renshaw et al., 2010)。

さらに、複数スポーツの類似性を課題・個体・環境の観点でクラスタリングし、競技間移行 (talent transfer／競技転向／種目転換) へ応用する試みも報告されており (Teunissen et al., 2024)、学校体育で「入口教材→発展教材」へ接続する設計発想を支える理論的根拠となる。

2.2 用具・空間・ルールの調整（スケーリング）と成功体験

児童・生徒の技能獲得において、用具・空間の調整（スケーリング）は運動制御の負担を下げ、成功頻度を高め、学習動機づけを支援し得る。子どものスポーツにおけるスケーリング研究を体系化したレビューでは、スケーリングが技能学習に影響し得ることが整理されている (Buszard et al., 2016)。また、テニス用具のスケーリングが児童のフォアハンド動作に与える影響を示した研究もある (Larson & Guggenheimer, 2013)。実践経験上としても、テニスのボールをスポンジボールに替えることで、打球距離や球速が制限され、ラリーが継続されやすくなることが明らかとなっている。

ピックルボールは、パドルの扱いやすさ、ラリー継続のしやすさ、空間の範囲指定、制約ルールの特徴等から、授業内で「成功体験の設計」を行いやすい可能性が高い。

図2. ピックルボール導入—拡張転移モデル

3.2 理論的背景：非線形教育学・スケーリング・課題類似性

PG-FTM の理論的基盤は三点である。第一に非線形教育学 (Nonlinear Pedagogy) である。運動学習を個体・環境・課題の制約相互作用として捉え、制約操作によって多様な解の探索と自己組織化を促す考え方は、固定的な模倣反復に偏らない授業設計を可能にする。第二にスケーリング (scaling) である。コート、ネット高、ボール、ルール等を学習者の発達段階や技能差に応じて可変化し、成功経験と挑戦のバランスを調整することは、学習機会の公平性と安全性を高める。第三に課題類似性にもとづく転移設計である。種目間の「共通要素 (知覚情報、時間制約、距離、打点、配球・戦術要求)」を見立て、発展課題として接続することで、入口教材で獲得された学習成果を他種目へ橋渡しできる。

3.3 PG-FTM の構造解説

3.3.1 Gateway (ピックルボール導入：コアパート)

図2中央下段「ピックルボール導入 (Gateway)：コアパート」は、学校体育で実装可能な順序に編成したものである。構成は①基礎、②ゲーム、③役割、④正式なレギュレーション理解から成る。①基礎では、パドル操作 (面づくり、当て分け、強弱)、サービス・レシーブ、ラリー継続を中心に、成功頻度を高く確保することを第一義とする。②各種ゲームでは、相手位置や空きスペース等の情報を読み取り、ショットを選択して実行する循環を重視する。ここでは「簡素化ルール選択」「多様な解決策」を学習課題化し、学習者が状況に応じて調整する経験を積む。③役割 (安全管理・協力・運営) では、得点、審判 (セルフジャッジ)、用具管理、交代・動線、安全配慮を学習内容として明示する。④正式なレギュレーション理解は、競技としてのPB理解だけでなく、後述する拡張・転移 (Flexible/Transfer) で「何を、どこまで改変してよいか」を学習者と共有する前提となる。

加えて、図2のコアパート下部には (テニピン) および「用具を使った遊び」を配置している。これは、PB 導入の前段階を必須とせず、必要に応じて「遊び」からの経験や「当てる・転がす・続ける」経験を先行させて成功頻度を高めるための任意ステップとなる。すなわち、「遊び・テニピン⇒PB」でも「最初からPB」でも成立する柔軟な入口設計である。

3.3.2 Flexible (ピックルボール拡張：制約選択・発展パート)

図2中央枠となる「ピックルボール拡張：制約選択・発展パート」は、非線形教育学の制約に基づき、①課題（タスク）、②個体、③環境の三領域を改変・選択・実践する段階である。①課題（タスク）には、ルール、達成目標、評価項目、得点設計、役割条件等が含まれる。例として、バウンド数（ボレーのみ、1回/2回）、サーブ様式（アンダー／オーバーハンド許可）、近距離化、有効打球エリア課題等が該当する。②個体には、対象者の技能差、身体特性、認知・心理特性、役割（前後役割、係活動）等が含まれる。技能差の吸収、恐怖心の低減、挑戦意欲の喚起、協同の促進を意図して制約を調整する。③環境には、コート形状（ミニ化・縦長化等）、ネット高、待機スペース、視覚情報（ライン・マーカー）、安全動線、混雑条件等が含まれる。安全確保と学習機会の最大化を両立させるため、環境制約を設計する。

この拡張パートは、PBの技能を「上達させる」だけの段階ではない。学習者自身が制約を選び、学習課題を調整し、意図を説明できる状態を目標とする点で、評価の観点「思考・判断・表現」と強く結び付く。

3.3.3 2つの到達経路：パスA（PBを競技として深化）／パスB（他種目へ転移）

拡張パートの先に、図2では以下の二つの到達経路を配置した。

パスA：ピックルボール競技として深化

技術向上（精緻化）、戦術（ペア連携・空間支配）、体力向上・安全対策、競技（校内）大会への参加・運営へ接続する経路である。学校段階が上がるほど、戦術の複雑性、身体負荷の調整、分析・探究活動（記録・比較・作戦立案）を組み込みやすくなる。

パスB：転移（Transfer）パート

PBのレギュレーションをある程度維持しつつ、テニス／ソフトテニス、卓球、バドミントン等へ橋渡しする経路となる。ここでは、転移を「似たことをする」水準に留めず、転移先の本質的要求に近づくように、用具・球・ルール・空間を意図的に改変する点である。図2に示す代表例は以下の通りである。

テニス／ソフトテニス

オーバーハンドサービスを許可し、パドルからミニラケットへ移行し、ボー

ル特性も変更することで、サービス動作やスイング課題への橋渡しを行う。

卓球

回転が見やすいボール、自己バウンドサーブ、近距離化、バウンド必須等により、回転理解と短時間判断、バウンド位置の制御を学習課題化する。

バドミントン

ボレーのみ、ネット高の上方調整、パドルからラケットへ移行、ボールからシャトルへ変更し、落下点予測とダブルスゲームでは、前後役割を成立させる。

これらは、PB の技能を捨てて別種目へ移る設計ではなく、PB のコアパートで形成した知覚—判断—実行の循環と協同運営を保持したまま、制約操作により転移先ラケット種目の要求へ段階的に近づける設計となる。

3.4 学校段階別の導入デザイン

PG-FTM は、学校段階ごとに「成功頻度の確保→ゲーム理解→役割・運営→発展（深化／転移）」の重点を変えることで実装することが現実的である。

3.4.1 小学校：遊び—技能の連続体（任意のテニピン前段を含む）

低学年段階では（テニピン）や用具遊びを任意に挿入し、「当てる・転がす・続ける」経験を優先する。中・高学年では PB コアへ移行し、主に簡素化ルールやミニコート等のスケーリングによって技能差を吸収することに主眼を置きつつ、ラリーと簡易戦術（ショット選択、コース選択、役割分担）に接続する。

3.4.2 中学校：ゲーム戦術と協同運営の中核化

中学校段階では、配球（深さ・角度）とポジショニングを扱い、得点・審判・交代・安全動線等の運営学習を組み込む。ここで拡張パート（課題・個体・環境の制約選択）を導入し、「なぜこのルール／コート設定にするのか」を学習者が説明できる状態を目標とする。

3.4.3 高等学校：戦術発展・体力要素・探究（記録と分析）

高等学校段階では、ペア戦術（連携、空間支配、相手の弱点探索）を発展させると同時に、敏捷性や反復運動等の体力要素、データ計測や戦術分析を探究活

動として位置付ける。パス A (PB 深化) とパス B (転移) の選択幅が広がる段階でもあり、学習者の関心と学校の教育条件に応じて経路設計が可能である。

3.4.4 大学：生涯スポーツ／指導法／地域連携

大学段階では、生涯スポーツとしての継続的实践に加え、指導法（制約設計、評価設計、運営設計）を体系的に扱うことができる。さらに地域連携や大会運営を取り込むことで、PB を媒介にした社会的学習（運営・インテグリティ）を深化させることができる。

3.5 評価設計：3 観点評価と運営・インテグリティの統合

図2左枠の評価の観点（学習指導要領）は、「知識・技能」「思考・判断・表現」「主体的に学習に取り組む態度（主体的態度）」である。PG-FTM の特徴は、これらを PB の評価に閉じず、運営・インテグリティと結び付け、授業の成立そのものを評価可能にする点にある。

第一に知識・技能では、ルール・安全管理に加え、基礎技術・応用技術・拡張技能（条件が変わっても実行できる適応力）を扱う。セルフジャッジやコール手順も、運営知識と運用技能としてここに位置付く。

第二に思考・判断・表現では、空間認知にもとづく選択、制約→解決策・工夫、根拠の言語化が中核となる。とりわけ拡張パートでは、課題・個体・環境の制約を「選び、説明し、実践・改善する」活動が評価の中心となる。

第三に主体的態度では、挑戦と工夫、協同・役割遂行、インテグリティ（公正）および自己調整（安全・配慮）を扱う。勝敗よりも学習の成立を優先する行動を、観察可能な指標として取り出すことが重要である。

加えて、図2下段の運営・インテグリティは横断モジュールである。セルフジャッジ規範（正直な判定、迷ったら相手有利、早い判定）、コール手順（スコア確認、ボールオンによるプレー停止とボール回収、リプレイ条件の認識）、コートマナー（挨拶、称賛、配慮、他コート対応、円滑化行動）を全段階で常時適用し、3 観点評価の共通基盤として機能させる。すなわち運営・インテグリティは「態度」だけでなく、「知識・技能」と「思考・判断・表現」にもまたがる学習内容である。

3.6 統合モデルとしての意義

PG-FTM は、PB を入口教材として成功頻度を確保しつつ、制約選択による発展 (Flexible) を経て、PB 深化 (パス A) または他種目転移 (パス B) へ接続する統合的枠組みである。さらに、3 観点評価と運営・インテグリティを横断層として重ねることで、技能差の大きい学習集団においても、学習成果を「できる／できない」に還元せず、学習者の調整能力、協同運営能力、公正性の実装を含めて評価可能にする点に独自性がある。学校段階別には、入口で成功頻度を担保し、段階が上がるにつれて知覚—判断—実行と制約設計を深め、探究・運営・転移へ拡張する設計が妥当である。今後は、各段階における具体的な授業ユニット (単元構成) と観察指標 (ループリック) の精緻化、ならびに転移モジュールの効果検証 (転移先技能への寄与、運営・インテグリティの形成) を実証的課題として位置付ける必要がある。

第4章 Pickleball Gateway: Flexible Transfer Model (PG-FTM) の有用性評価の枠組み

PG-FTM の有用性は、技能差・施設制約・安全管理・継続参加といった学校体育の複合課題に対し、PB を入口教材として「学習成立」を担保できるかで評価される。よって単一指標ではなく、①技能、②身体活動、③心理、④社会性、⑤安全の多面的アウトカムを設定し、併せてモデル特有の実装 (過程) 指標を記録する必要がある。PG-FTM は制約 (課題・個体・環境) の選択を中核に据えるため、成果の解釈には「どの制約を、なぜ選んだか」を追跡することが前提となる (Newell, 1986 ; Chow et al., 2007 ; Teunissen et al., 2024)。

4.1 主要アウトカム (5領域) と測定

①技能・ゲームパフォーマンス

ラリー継続 (平均／最大)、コントロール、ミス種別、意思決定の妥当性 (観察ループリック)、ゲーム理解の言語化をそれぞれ測定する。非線形教育学の観点では、再現性だけでなく条件変化への適応 (拡張技能) を含めて評価する (Chow et al., 2007 ; Davids et al., 2008 ; Renshaw et al., 2010)。

②身体活動・体力

授業内活動量 (加速度計・心拍等)、敏捷性、反復走等を、単元前後＋授業

中の連続記録で把握する。スケーリング（用具・空間・ルール調整）は成功頻度だけでなく活動量にも影響し得るため、設定条件を同時に記録する（Buszard et al., 2016）。

③心理・ウェルビーイング

気分、楽しさ、自己効力感、継続意図を短尺度で測定する。授業介入によるポジティブな気分への改善報告（Lee et al., 2025）や、健康・ウェルビーイング／メンタルヘルスの整理レビュー（Stroesser et al., 2024；Cerezuela et al., 2023）を指標選定の根拠とする。

④社会性・学級適応

協同行動、役割遂行、包摂性（参加時間や関与の偏り）、授業成立度（トラブル件数等）を授業風景の撮影による観察と簡易自己評価で測定する。運営・インテグリティ（セルフジャッジ規範・コール・マナー）は社会性の中核要素として位置づける。

⑤安全性

外傷件数に加え、ヒヤリハット（接触未遂、転倒未遂、ボールオン対応等）と、予防策（環境点検、動線、接触リスク低減ルール、アイガード着用 等）の遵守度をセットで評価する。外傷疫学（McMillan et al., 2025）および眼外傷比較（Lacher et al., 2025）を参照し、授業の安全プロトコルを評価項目化する。

4.2 実装（過程）指標：PG-FTM の説明可能性を担保する記録

成果の解釈のため、授業風景動画や授業記録を用いて少なくとも以下を記録する。

- (1) 制約選択のログ（ルール・コート・用具・役割設定、変更理由）
- (2) 学習機会の分配（関与の偏り、交代運用、待機時の安全管理）
- (3) 運営・インテグリティの遵守（セルフジャッジ、コール手順、マナー）
- (4) 実装忠実度（PB コア→Flexible→パス A/B の到達を単元内でどこまで実施したか）

第5章 考察：教育的意義と実装上の課題

PG-FTM の教育的意義は、第一にスケーリングにより成功頻度を担保しやすく、技能差が大きい集団でも学習成立を設計し得る点にある（Buszard et al.,

2016)。第二に、非線形教育学にもとづく制約操作により、技能差を「欠如」ではなく「多様な解」として扱い、知覚—判断—実践と調整能力を育成できる点にある (Chow et al., 2007 ; Davids et al., 2008 ; Renshaw et al., 2010)。第三に、健康・ウェルビーイング領域の関連がレビュー等で整理されつつあり、心理的アウトカムを含む評価設計が可能である点にある (Stroesser et al., 2024 ; Cerezuela et al., 2023 ; Lee et al., 2025)。また、課題類似性に基づく転移設計 (パス B) は、種目間移行の理論枠組みと整合し、入口教材から発展教材への接続を説明可能にする (Teunissen et al., 2024)。

一方、実装には施設・用具の確保、教員研修、運営・インテグリティ指導の標準化が必要である。特に安全管理は制度化が要件であり、外傷・ヒヤリハットの記録と予防策の遵守を組み込んだ安全プロトコルを整備すべきである (Lacher et al., 2025 ; Kelly et al., 2025)。

第6章 結論

本稿は、PB をラケットスポーツ学習の入口として、学校段階に応じて PB 深化 (パス A) または他種目転移 (パス B) へ接続する PG-FTM を提示した。今後は授業実装研究として、多面的アウトカム (技能・活動量・心理・社会性・安全) と実装 (過程) 指標 (制約選択ログ、運営遵守、安全プロトコル) を組み合わせ測定し、再現可能な「標準授業パッケージ (指導案・評価規準・安全プロトコル)」へ落とし込むことが課題である。

注釈

※注1 ノンボレーゾーン (Non-Volley Zone : NVZ)

ノンボレーゾーンとは、ネットを挟んだ両側に設けられた「ボレー (ノーバウンドで打つこと)」が制限される区域。一般に「キッチン」とも呼ばれ、この区域内 (ラインを含む) に足などが触れている状態でボレーを行うことは禁止されており、違反した場合はフォールト (反則) となる。また、ボレー後の勢いでノンボレーゾーン内に踏み込む (触れる) 場合や手やパドル (ラケット) を接地した場合も同様に反則となる。このルールによって、ネット際での強いボレーのみが一方的に優位になりにくくなり、ラリーが続きやすく、安全性と戦術の多様性が高まる。

※注2 ツーバウンスルール (Two-Bounce Rule)

ツーバウンスルールとは、サービスからラリーが始まった直後の最初の2打に関して、必ずワンバウンドさせることを求めるルール。具体的には、①サービスはレシーバーコートで必ず1回バウンドさせる。②レシーバーが返球したりターンは、サーバーコートで必ず1回バウンドさせる。③「サービス後の2回のバウンド (=両者1回ずつのバウンド)」が成立した後は、ボレーでもバウンド後のショットでも自由に返球できる。この①、②のバウンドが成立する前にボレーをした場合、ボレーした側の反則となる。

このルールにより、サービス直後の前衛による即時ボレー（いわゆるサブ&ボレーの展開）が抑制され、初心者を含めてラリーが成立しやすくなる。

※注3 アダプティブルール (車いす種目:2バウンド返球可:Two-Bounce Allowance)

アダプティブルールとは、障害の特性や競技環境に応じて、同一スポーツをより公平に実施するための適応ルール。ピックルボールの車いす種目では、「2バウンドまで許容して返球できる」ルールが整備されている。車いす選手は、自分側コートで ボールが2回バウンドするまでに返球すればよい。それ以外の基本ルールは原則として通常ルールに準ずる（ノンボレーゾーン、得点方式、サービスの方法 等）。

引用・参考文献

- [1] Buszard, T., Reid, M., Masters, R. S. W., & Farrow, D. (2016). Scaling the equipment and play area in children's sport to improve motor skill acquisition: A systematic review. *Sports Medicine*, 46(6), 829-843.
- [2] Cerezuela, J.-L., Lirola, M.-J., & Cangas, A. J. (2023). Pickleball and mental health: A systematic review. *Frontiers in Psychology*, 14, Article 1137047.
- [3] Chow, J. Y., Davids, K., Button, C., Shuttleworth, R., Renshaw, I., & Araújo, D. (2007). The role of nonlinear pedagogy in physical education. *Review of Educational Research*, 77(3), 251-278.3.
- [4] Davids, K., Button, C., & Bennett, S. (2008). *Dynamics of skill acquisition: A constraints-led approach*. Human Kinetics.
- [5] Gibson, J. J. (1979). The ecological approach to visual perception. Houghton Mifflin.
- [6] Lacher, C. R., Koc, I., & Tsui, J. C. et al. (2025). Pickleball-related ocular injuries

- among patients presenting to emergency departments. *JAMA Ophthalmology*, 143(11), 938-944.
- [7] Larson, E. J., & Guggenheimer, J. D. (2013). The effects of scaling tennis equipment on the forehand groundstroke performance of children. *Journal of Sports Science & Medicine*, 12(2), 323-331.
- [8] Lee, M. N., Fung, M. B., & Hagiwara, G. (2025). Exploring the impact of pickleball for improving mood in first-year university students—A pilot study in Japan. *Journal of Functional Morphology and Kinesiology*, 10(3), Article 352.
- [9] McMillan, P., Lake, L. P., Burkhart, A., Reddy, E., Hale, I. C., & Grawe, B. M. (2025). The epidemiology of pickleball injuries presenting to US emergency departments. *Sports Health: A Multidisciplinary Approach*. Advance online publication.
- [10] Newell, K. M. (1986). Constraints on the development of coordination. In M. G. Wade & H. T. A. Whiting (Eds.), *Motor development in children: Aspects of coordination and control* (pp. 341-360). Martinus Nijhoff.
- [11] Renshaw, I., Davids, K., Chow, J. Y., & Hammond, J. (2010). A constraints-led perspective to understanding skill acquisition and game play: A basis for integration of motor learning theory and physical education praxis. *Physical Education and Sport Pedagogy*, 15(2), 117-137.
- [12] Stroesser, K., Smith, A. E., Bin Rhama, A., Petrella, R. J., & Faught, D. A. (2024). Pickleball participation and the health and well-being of adults: A scoping review. *Journal of Physical Activity and Health*, 21(9), 847-860.
- [13] Teunissen, J. W., et al. (2024). "There is more that unites us than divides us" : Optimizing talent transfer processes by clustering 34 sports by their task, individual and environmental similarities. *Frontiers in Sports and Active Living*, 6, Article 1445510.
- [14] 今井茂樹 2023. 新型コロナウイルス感染症と共存するテニス型ゲームの授業づくりに関する一考察：小学校体育における「テニピン」の授業実践を通して. 『テニスの科学』, 31: 53-60.
- [15] 植田文也 2023. 『エコロジカル・アプローチ：「教える」と「学ぶ」の価値観が劇的に変わる新しい運動学習の理論と実践』 ソル・メディア（東京）. ISBN: 978-4905349693.
- [16] Sports & Fitness Industry Association. (n.d.). *SFIA's Topline Participation Report shows 247.1 million Americans were active in 2024*. from sfia.org/resources/sfias-topline-participation-report-shows-247-1-million-americans-were-active-in-2024/, (2025年9月10日アクセス) .
- [17] Association of Pickleball Professionals. (n.d.). *New APP research reveals nearly 50 million adult Americans have played pickleball in the last 12 months; average age*

(16)

drops to 35. APP. from theapp.global/news/nearly-50-million-adult-americans-have-played-pickleball, (2025年9月10日アクセス) .

- [18] 株式会社ピックルボールワン . ピックルボールワン、ピックルボール国内競技人口を推計！1年で約5倍の4.5万人に到達！, PR TIMES, <https://prtimes.jp/main/html/rd/p/000000007.000133975.html> , (2026年1月30日アクセス) .
- [19] 一般社団法人日本ピックルボール協会 (JPA) . 基本情報 / 一般社団法人日本ピックルボール協会, 一般社団法人日本ピックルボール協会 (JPA) 公式サイト (japanpickleball.org) , <https://japanpickleball.org/what-is-pickleball/> , (2025年9月10日アクセス) .

(受付日 令和8年2月7日)

(受理日 令和8年3月7日)

〈研究ノート〉

ヘム代謝異常あるいは糖尿病モデルマウスにおける 概日時計システムの障害

岩館怜子*

Circadian clock disorders in mice model of porphyria
or diabetes mellitus

Reiko IWADATE*

1. はじめに

概日時計システムは、約24時間周期の地球の明暗環境に適応した代謝活動を行うために、様々な遺伝子を適切なタイミングで発現させる重要な役割を担っている。一般に遺伝子の転写から翻訳までには数時間のタイムラグがあるため、規則的な環境変化に対しては予期して備えておくほうが刺激を受けてから転写を開始するよりも効率的である。時計システムの獲得が、適切なタイミングでの太陽光線に対する防御機構の誘導や、日照時間を最大限に活用した光合成を可能にし、生存競争に有利に働いたことは想像に難くない。

しかし、現代の環境は概日時計システムに変調をきたしやすい。概日時計を環境に合わせて微調整する刺激としては光が最も強いうえに、現代では夜間でも人工的な光に容易にさらされてしまう。さらに、概日時計の変調は多くの疾患と関連することが明らかになってきた。もし容易に摂取できる化合物によって概日時計を健全に保つことができれば、健康維持に資することができる。本稿では、著者らが行ってきた概日時計に関わる2つの研究を紹介する。一方は、ヘモグロビンの補因子などとして周知のヘムについて、概日時計システムの維持における重要性について検討した。もう一方では、糖尿病で見られる概日リ

* 日本医科大学・化学教室

Department of Chemistry, Nippon Medical School

ズム異常と糖代謝異常の経時的関係性について考察した。概日時計の調節機構や、特に発症前の段階における疾患との関係性について理解を深める一助となれば幸いである。

2. 概日時計

概日時計は、時計遺伝子とよばれる一連の転写因子によって駆動される。この仕組みはシアノバクテリア（藍藻類）から哺乳類に至るまで広く保存されているが、概日時計の正確な周期は生物種によって異なり、24時間から数十分程度のずれがある。地球の自転周期も常に24時間とは限らないので、厳密な24時間周期の時計を用意するよりも、実際の外部の環境に合わせて微調整する仕組みを用意の方が理にかなっている。光刺激によって概日時計がリセットされることは古くから経験的に知られていたが、その実態が明らかになったのは2000年代に入ってからである^[1]。光環境への同調に重要な役割を果たしていたのは、網膜神経節細胞全体の約0.2%しか存在しない内因性光感受性網膜神経節細胞（ipRGCs）であった。この細胞はオプシンタンパク質の一種であるメラノプシンを発現している。Gタンパク質共役型受容体であるメラノプシンによってipRGCsは光エネルギーを化学的なエネルギーに変換し、神経終末でグルタミン酸や下垂体アデニル酸シクラーゼ活性化ポリペプチドを放出する。続いてipRGCsが直接投射している視交叉上核（SCN）の神経細胞にCa²⁺の流入が起こり、cAMP応答配列結合タンパク質（CREB）の活性化によって時計遺伝子である*Per2*の発現が誘導される。SCNには中枢時計があり、ここでの時刻情報が神経伝達物質や液性成分を介して全身の末梢時計に届けられる。

概日時計の実態は個々の細胞で起こる時計遺伝子のリズムカルな発現である。哺乳類の時計遺伝子は現在までに約20種が同定されており、これらの遺伝子は互いに発現を調節し合う、いくつかのフィードバックループを形成している^[2, 3]。このうちの主要なフィードバックループを図1に示した。基本となる振動を形成するのは、*Clock*、*Bmal1*、*Per*ファミリー、*Cry*ファミリーの4つの遺伝子群が形成するコアループである。各遺伝子の公式名称は表に記した。以下、転写翻訳産物のタンパク質を遺伝子シンボルと同じ文字列の標準体大文字で示す。CLOCKとBMAL1は塩基性ヘリックス-ループ-ヘリックス（bHLH）モチーフをもつ転写因子であり、CLOCK-BMAL1ヘテロ二量体を形成することで

転写因子として機能する。CLOCK-BMAL1 複合体は標的遺伝子上流の E-box とよばれる塩基配列（典型的には CANNTG の6塩基）に結合して標的遺伝子の転写を促進する。CLOCK の代わりにホモログである NPAS2が BMAL1 とヘテロ二量体を形成する場合もある。*Per* と *Cry* の両遺伝子群は CLOCK-BMAL1 複合体の標的遺伝子であると同時に、CLOCK や BMAL1 の抑制因子でもある。日中に *Per* と *Cry* が転写され、夕方から夜間にかけて翻訳産物が十分に蓄積すると PER-CRY ヘテロ二量体を形成して核内に移行し、CLOCK や BMAL1 に結合して CLOCK-BMAL1 複合体の転写活性を抑制する。つまり PER と CRY が増加したあと、時間において CLOCK や BMAL1 が減少し、発現量の波がつくられる。PER や CRY が蓄積するまでの時間は周期の決定に重要であり、カゼインキナーゼ1 (CK1) によるリン酸化とこれに続くポリユビキチン化—プロテアソーム分解や、他の時計遺伝子による転写調節によって制御される。

コアループが E-box を取り巻く調節機構であるのに対し、第2のループ（安定化ループ）は REV-ERB/ROR 応答配列（RORE; 典型的には A/T に富む配列に続く RGGTCA）を取り巻く調節機構である。RORE には転写活性化因子 ROR

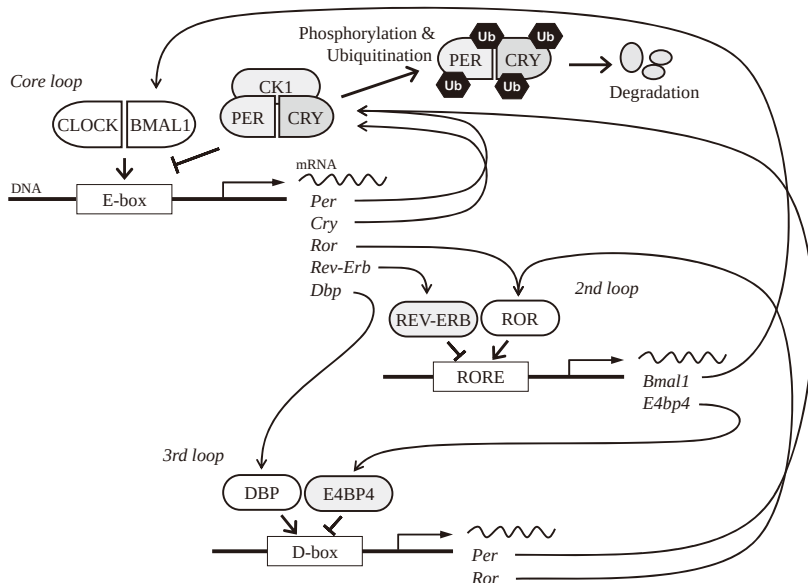


図1. 主な時計遺伝子の転写調節機構

表. 主な時計遺伝子の公式名称

公式シンボル	別名*	公式名称
<i>Clock</i>		clock circadian regulator
<i>Bmal1</i>		basic helix-loop-helix ARNT like 1
<i>Per1, Per2</i>		period circadian regulators 1/2
<i>Cry1, Cry2</i>		cryptochrome circadian regulators 1/2
<i>Npas2</i>		neuronal PAS domain protein 2
<i>Rora, Rorb</i>		RAR related orphan receptors A/B
<i>Nr1d1, Nr1d2</i>	<i>Rev-Erb α/β</i>	nuclear receptor subfamily 1 group D members 1/2
<i>Dbp</i>		D-box binding PAR bZIP transcription factor
<i>Nfil3</i>	<i>E4bp4</i>	nuclear factor, interleukin 3 regulated

*別名は本稿で用いたもののみ記載した。

と転写抑制因子 NR1D (別名 REV-ERB) が競合的に結合し、*Bmal1* などの上流に RORE をもつ遺伝子の転写調節を行う。*Ror* および *Rev-Erb* 両遺伝子群もまた CLOCK-BMAL1 複合体の標的であるため、第2のループとコアループは BMAL1 を仲介として接続している。ROR は次に示す第3のループの制御も受けるが、REV-ERB は PER2 に似た位相を示す。結果として、PER2 と BMAL1 の発現量の振動は逆位相となり安定化する。

第3のループは D-box とよばれる塩基配列 (典型的には TTATGYAA の8塩基) を標的とする時計遺伝子と、D-box をもつ時計遺伝子群の *Per* や *Ror* によって構成されている。D-box は、DBP などのプロリンと酸性アミノ酸に富む塩基性ロイシンジッパー (PAR bZIP) モチーフをもつ転写因子によって活性化され、同じくロイシンジッパー型の転写因子 NFIL3 (別名 E4BP4) によって抑制される。さらに *Dbp* 遺伝子は E-box を、*E4bp4* 遺伝子は RORE をもつため、第3のループにはコアループと第2のループを間接的に接続し調節する機能がある。

以上のように時計遺伝子は、それらの転写翻訳産物が E-box、RORE、D-box などの応答配列に結合して機能する転写調節因子であり、時計遺伝子自身もこれらの応答配列を遺伝子上流のプロモーター・エンハンサー領域に有するため、自己あるいは他の時計遺伝子による発現調節を受けている。そして時計遺伝子に限らず、プロモーター・エンハンサー領域に E-box、RORE、D-box などの応答配列をもつ多くの遺伝子 (例えば概日変動する代謝関連遺伝子など) は、時計遺伝子による発現調節が可能になる。このような遺伝子は時計制御遺伝子とよばれ、時刻情報に基づいた生命活動を実現する直接的な役割を果たしている。

2. ヘム代謝異常と概日リズム異常

2.1 REV-ERB の内因性リガンド

核内受容体である ROR と REV-ERB はいずれも内因性リガンドが不明のオーファン受容体として発見され、のちに REV-ERB α/β の内因性リガンドはヘムであることが報告された^[4]。ROR の内因性リガンドは現在も決定されていないが、複数の天然または合成化合物が ROR のアゴニストとして知られている^[3, 5]。このような化合物によって概日時計の制御が可能になれば、夜間も照明にさらされ概日時計に変調をきたしやすい現代における、概日リズムを正常化する手段として期待できる。

2.2 ヘム生合成経路とヘム代謝異常マウスの作成

ヘムは8段階の酵素反応によって生合成される(図2)。律速段階は第1段階の5-アミノレブリン酸合成酵素(ALAS)による5-アミノレブリン酸(ALA)の合成であり、*Alas1*の発現はヘムのフィードバックにより抑制される^[6]。また、ヘムを分解するヘムオキシゲナーゼ1(HO1)にもヘムによるフィードバック調節があり^[7]、生体内のヘムの量は合成と分解の双方により厳密に制御されている。さらに *Alas1* や *Ho1* は概日調節を受けることも知られている。ヘムが REV-ERB などの時計遺伝子の生理的なりガンドであるならば、ヘムの減少は概日時計に影響を与えると予測される。そこで、著者らはポルフィリン症のモデルマウスを作成し、生体内のヘムレベルの低下が概日リズムに与える影響を評価した^[8]。

ポルフィリン症モデルマウスは、グリセオフルビンを2.0 w/w% 含む飼料を雄性 ICR マウスに与えることにより作成した。グリセオフルビンはシトクロム P450 による代謝を受ける際に活性中心であるヘムをメチル化して *N*-メチルプロトポルフィリン IX を生じる(図2 右上部)。*N*-メチルプロトポルフィリン IX はヘム生合成の最終段階においてポルフィリン環に Fe^{2+} を挿入するフェロキラーターゼ(FECH)を阻害するため、グリセオフルビンの投与によりヘム生合成の障害とヘム前駆体の蓄積といったポルフィリン症の症状が誘発される。作成したモデルマウスにおいても投与開始3日目をピークとする *Alas1* の発現上昇や、投与後5~7日目をピークとするヘムタンパク質(肝ミクロソーム中のシトクロム P450 量)の減少、プロトポルフィリン IX 等のヘム前駆体の蓄積、および肝障害や耳介の炎症などが生じることを確認した^[9]。

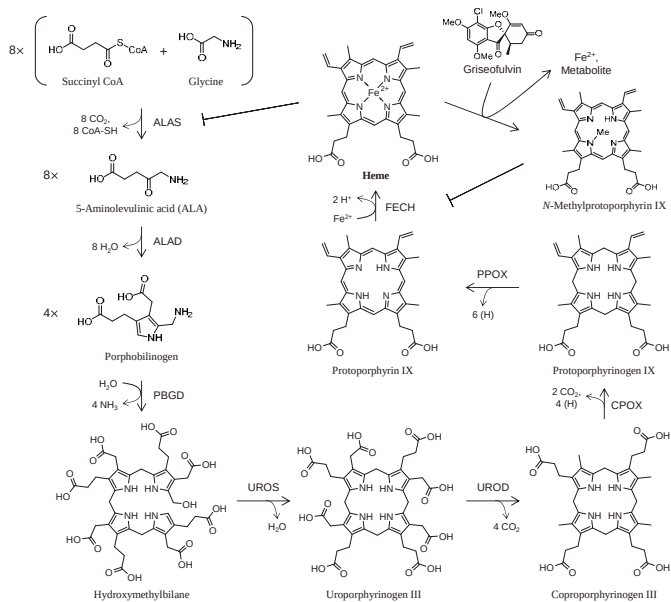


図2. ヘム合成経路とグリセオフルビンによる合成阻害

ALAS, 5-aminolevulinic acid (ALA) synthase; ALAD, ALA dehydratase; PBGD, porphobilinogen deaminase; UROS, uroporphyrinogen III synthase; UROD, uroporphyrinogen decarboxylase; CPOX, coproporphyrinogen oxidase; PPOX, protoporphyrinogen oxidase; FECH, ferrochelatase.

2.3 ヘム代謝異常マウスの概日リズムの評価

マウスの概日リズムは、自発運動（ケージに接続した輪回しの回転回数）と深部体温（腹腔内に留置したセンサーによる遠隔測定）により評価した。夜行性であるマウスを明期：暗期＝12時間：12時間の明暗環境下で飼育すると、通常は明期の自発運動がほとんど記録されず、深部体温も明期に低値を示す。コントロール飼料を与えたコントロール群ではこのような健常マウスの特徴を観察できたのに対して、ポルフィリン症誘発群では明期の運動量が増加し、暗期後半の行動量が減少した。また深部体温は暗期開始よりも前に上昇し始め、概日変動のピーク時刻が前進していた。概日時計は光によってリセットされるため、明暗条件下でリズム位相が前進した背景には光刺激への同調障害もしくは時計周期の短縮があると予測された。そこで明期のない恒暗条件下で自発運動や深部体温を測定し、深部体温の変動周期を自発運動の影響を除外して解析した（図3）。

その結果、ポルフィリン症誘発群ではグリセオフルビン投与前と比較すると平均で約0.4時間の周期の短縮があり、飼料変更前の周期が維持されていたコントロール群と比べるとその差は統計的にも有意であった。

ポルフィリン症患者の急性症状の緩和を目的として、ヘムや高用量グルコースの投与が行われることがある^[10]。ヘムの投与はヘムの減少を補うとともに、フィードバック調節による *Alas1* の発現誘導を阻害してヘム前駆体の蓄積を抑制する。一方、高用量グルコースの投与はヘムの減少を補うことはできないものの、*Alas1* の転写を抑制してヘム前駆体の蓄積を軽減する。グリセオフルビン投与開始の同日から1週間これらの化合物を投与したところ、ポルフィリン症モデルマウスにおける概日リズム異常はヘムの投与によって改善されたが、高用量グルコースの投与では改善されなかった。また、コントロール飼料を与えたマウスに ALA を投与すると、ALA やプロトポルフィリン IX といったヘム前駆体の蓄積を再現できる。しかしヘムタンパク質は増減せず、概日リズム異常も再現されなかった。カンナビノイド受容体1/2のアゴニスト CP-55940 (図4) は、ALAS1 の活性低下とヘムタンパク質の減少を引き起こすことが知られている^[11]。コントロール飼料を与えた別の個体に CP-55940 を投与すると、ヘム

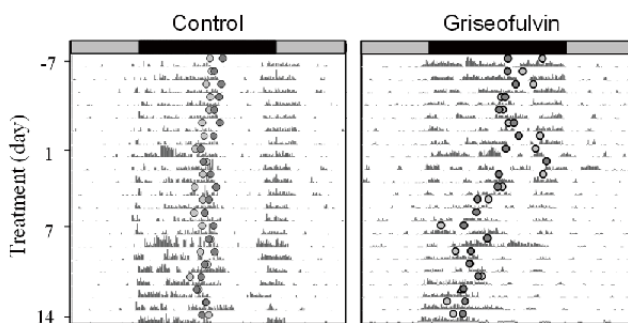


図3. ポルフィリン症モデルマウスの短周期リズム

恒暗条件下で記録した輪回し運動のアクトグラム (灰色の棒グラフ) に体温リズムのピーク時刻 (● 安静時体温、● 全測定体温) を重ねて示した。横軸は時刻であり、最大値は各個体固有の概日周期に相当する。右側のグリセオフルビンを摂取したポルフィリン症モデルマウスの図では、摂取3日目以降に体温リズムのピークが左に移動しており、元の概日周期よりも短い時間で次のピークが訪れたことがわかる。なお最上部の黒色ボックスは主観的夜の時間帯 (行動開始から概日周期の半分が経過するまでの時間) を示しており、両隣の灰色ボックスは主観的昼の時間帯を示している。

前駆体を蓄積させずにヘム減少状態を再現でき、グリセオフルビンによるポルフィリン症誘発マウスとよく似た概日リズム異常も観察された。以上の結果は、ポルフィリン症モデルマウスにおける概日周期の短縮はヘム前駆体の蓄積ではなくヘムの減少によるものであり、生理的な量のヘムが個体レベルで概日周期の安定化に寄与していることを示唆している。

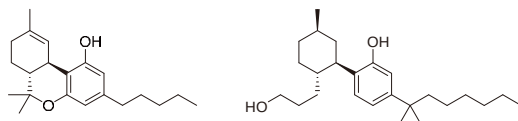


図4. Δ⁹-テトラヒドロカンナビノール (左) とその誘導体である CP-55940 (右)

2.4 ヘムによる時計タンパク質の制御

著者らは REV-ERB の内因性リガンドであることからヘムに着目したが、ヘムは PAS ドメインを介して NPAS2 や PER2 にも結合する。ヘムの投与により *Per2* の発現量が低下すること^[12]、過剰なヘムにより NPAS2 の DNA 結合が低下すること^[13]、ヘムの PER2 への結合が CRY との二量体形成を妨げること^[14]、REV-ERB α の機能はヘム依存的^[4]であることなどの知見を踏まえると、ヘム欠乏状態では PER2 の蓄積が早まり、概日時計の周期が短縮したと考えられる。鉄-ポルフィリン錯体であるヘムは、中心金属の鉄イオンに非共有電子対をもつ気体分子やアミノ酸残基を配位させることができる。REV-ERB や NPAS2 などの時計タンパク質においても、一酸化窒素 NO や一酸化炭素 CO、酸化還元状態によって異なるアミノ酸残基がヘムに配位することが近年明らかになってきた^[15, 16]。現在は、ヘムは PER2 の安定性や REV-ERB の転写活性の制御だけでなく、周辺の代謝状態や酸化還元状態のセンサーとしても機能していると考えられている。

3. 糖代謝異常と概日リズム異常

3.1 概日時計の障害が関連する疾患

概日時計の障害は複数の疾病と関連することが知られている^[3]。このような疾患には、睡眠覚醒障害はもとより、不安やうつなどの精神神経疾患、虚血再灌流障害、生活習慣病などのエネルギー代謝障害、いくつかのがんが含まれ

る。関連する疾病が多岐にわたるのは、概日時計が多くの生理現象を制御していることの裏返しと言えるだろう。しかしその制御メカニズムの全体像は明らかになっていない。糖代謝異常との関連では、ヒトの2型糖尿病の特徴として糖代謝の概日周期の乱れが報告されている^[17]。*Clock*の変異マウスは摂食量の増加と耐糖能異常を伴うメタボリックシンドロームを発症する^[18]ほか、近年のヒトゲノムの解析から *CLOCK* や *BMAL1* の多型と2型糖尿病と関連も確からしい^[19]。しかしこのような糖代謝の異常が概日時計の障害によるものか、*CLOCK* や *BMAL1* の時計機能に関連しない別の機能の障害によるものかは明らかになっていない。そこで、著者らはコルチコステロン誘発糖尿病モデルマウスを用いて概日時計システムの異常と糖代謝異常の因果関係の評価を試みた。概日時計の異常が疾患の一因であるならば、時計を正常化することが疾患の新たな治療法や予防法になると期待できる。

3.2 コルチコステロン誘発糖尿病モデルマウスの作成

コルチコステロンは齧歯類における主要な糖質コルチコイドであり、長期的に高濃度のコルチコステロンに曝露されたマウスは通常食を摂取していても肥満を伴う糖尿病状態となることが知られている^[20]。著者らは雄性 C57BL/6N マウスに飲料水として 1.0 w/v% コルチコステロン水溶液を摂取させることにより、コルチコステロン誘発糖尿病モデルマウスを作成した(図5)。明期：暗期 = 12時間：12時間の明暗条件下で飼育すると、コルチコステロン群の随時血糖

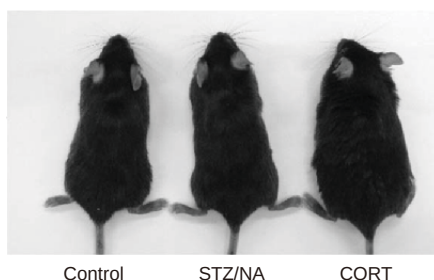


図5. 糖尿病モデルマウス

投与開始から35日後、11週齢時点の外観。写真中央は比較のために作成したストレプトゾトシン投与による糖尿病モデルマウス。

STZ, streptozotocin; NA, nicotinamide; CORT, corticosterone.

値と体重は投与開始2週間後からコントロール群と乖離しはじめ、4週間後10週齢ではそれぞれ 298 ± 31.5 mg/dL、 29.0 ± 0.54 g となり、群母平均はコントロール群の 135 ± 4.4 mg/dL、 25.2 ± 0.48 g に対して明らかな高値に収束すると予測された。

3.3 概日リズムの評価

血糖値は概日変動することが知られており、通常は活動期に高く、休息期に向けて低下する。そこで随時血糖値を同一個体で継続的に測定できる概日時計の指標として、コルチコステロンの投与3日目、7日目、35日目の24時間に6回(4時間ごと)に測定した。随時血糖値はコントロール群では活動期開始前の夕方にピークをもつ概日変動を示したのに対し、コルチコステロン群では明け方にピークをもつほぼ逆位相の変動を示した(図6)。興味深いことに、このリズム位相の反転は投与35日目だけではなく、肥満も高血糖も現れていない7日目やわずか3日目ですえも観察された。

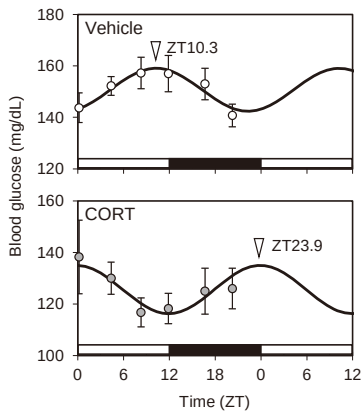


図6. 随時血糖値の概日リズム位相の変化
投与開始から7～8日目における随時血糖値(平均値 $\pm$ 標準誤差、 $n = 4$)。同一個体で連続6回測定した。24時間周期のフィッティングカーブと▽で示すピーク時刻は、各測定時刻における平均血糖値をもとにコサイナー法により求めた。時刻は照明点灯時刻を0とする24時間周期のzeitgeber time (ZT)で示した。Vehicle, vehicle control; CORT, corticosterone.

次に投与3日目のマウスを4群に分け、6時間ごとに肝臓と膵臓を採取して時計遺伝子(*Clock*、*Bmal1*、*Per1*、*Cry1*、*Nr1d1*、*Dbp*)の発現量をリアルタイムPCRにより測定した。内在性コントロールには一日を通して比較的発現量が安定している*ActB*や*Rpl37a*を用いた。いずれの時計遺伝子もコルチコステロン群における発現のピーク時刻がコントロール群より約6時間後退していた。時計遺伝子の発現リズムの位相シフトは随時血糖値で観察された約12時間の位相

シフトを完全に説明できるものではないが、概日時計の制御異常が糖尿病の発症に先行して現れることは明らかであった。以上の結果は概日時計の乱れが耐糖能異常の原因であることを示唆しており、少なくとも一部の時計タンパク質の非時計機能の障害だけで説明することはできない。

糖質コルチコイドは一般的に糖新生の促進や糖利用の抑制などによる血糖値を上昇させる。活動期である夜間には飲水量（コルチコステロン摂取量）が増えると予測されるため、その結果として明け方の血糖値が上昇した可能性も考慮しなければならない。また、糖質コルチコイド受容体は CLOCK-BMAL1 複合体と結合して *Rev-Erb* の発現を抑制するという報告もあり^[21]、コルチコステロンの急性作用として時計遺伝子の発現リズムの位相が変化した可能性もある。しかしコルチコステロンとは異なる機序のストレプトゾトシンによる糖尿病モデルマウスにおいても、コルチコステロン誘発糖尿病モデルマウスに類似した随時血糖値リズムの位相シフトが観察された。

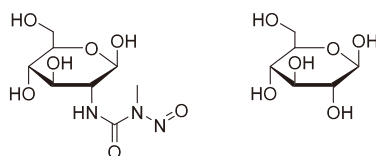


図7. ストレプトゾトシン (左) と D- グルコース (右)

ストレプトゾトシンはアミノグリコシド系抗腫瘍性抗生物質（図7）であり、構造がグルコースに類似しているためグルコーストランスポーター 2 (GLUT2) を介して細胞に取り込まれる。GLUT2 を多く発現する膵 β 細胞を選択的に傷害するため実験的糖尿病モデルの作成に汎用されており、投与方法によって 1 型ないし 2 型の非肥満糖尿病モデルを作成できる^[22]。著者らが用いたのは低用量ストレプトゾトシン／ニコチンアミド補充法による非肥満 2 型糖尿病モデルであり、随時血糖値はコルチコステロンモデルと同程度の水準で推移した。マウスにストレプトゾトシンを静脈内投与した場合、ニコチンアミド併用下では投与 24 時間後には体内からはほぼ消失する^[23]。しかし膵 β 細胞の細胞死誘導には通常 1 回の投与で十分であるためコルチコステロンのように継続的な投与は行わない。したがって投与開始 3 日～5 週間後に観察された随時血糖値リズムの位相シ

フトはコルチコステロンの短期的な作用ではなく、両モデルに共通する現象によるものである可能性が高い。ストレプトゾトシンを投与した際にも、時間単位で進行する膵島の萎縮や肝臓におけるグリコーゲン含量の変化^[24]など、血糖値に影響しないまでも糖代謝への影響は生じている。耐糖能異常が顕在化する前の糖代謝経路の異常が時計遺伝子の制御にも異常をもたらしている可能性も考えられる。時計遺伝子の変異や多型が肥満糖尿病の要因になることを考慮すると、ごく初期の糖代謝異常によって生じた概日時計の異常がさらに糖代謝異常を悪化させているのかもしれない。

4. おわりに

本稿では著者らがこれまでにを行った概日時計関連の研究について紹介した。個体という統合的なレベルでの概日時計周期を維持するためにヘムが必要であるという知見は、著者らにより初めて報告された。ポルフィリン症患者ではいわゆる急性症状の他にも不眠やうつなどの概日リズム異常が関連するとされる様々な症状が現れる。このようなヘムの減少を伴う概日時計に関連した症状は、ヘムの投与によって改善されると考えられる。ヘムは時計タンパク質の機能や安定性を制御するため、他の要因によって生じた概日時計の調節異常に対しても緩和的に作用する可能性がある。糖尿病モデルマウスの検討では、概日時計の位相シフトが耐糖能異常よりもはるかに早く起こることを見出した。この結果は概日時計の異常が原因となって決定的な耐糖能異常を引き起こすことを示唆している。現在では時計タンパク質に結合して安定性や転写活性を調整する化合物が、ヘムの他にも多く知られている。なかには結合部位が決定されてデザインされた化合物もある。将来的にこれらの化合物によってリズム異常を修正し、概日時計システムの異常に起因する疾患の予防が可能になることを期待したい。

参考文献

- [1] C. L. Thompson, A. Sancar, Photolyase/cryptochrome blue-light photoreceptors use photon energy to repair DNA and reset the circadian clock. *Oncogene* 21, 9043-9056 (2002).
- [2] H. R. Ueda, S. Hayashi, W. Chen, M. Sano, M. Machida, Y. Shigeyoshi, M. Iino, S. Hashimoto, System-level identification of transcriptional circuits underlying mammalian circadian clocks. *Nat Genet* 37, 187-192 (2005).

- [3] W. Ruan, X. Yuan, H. K. Eltzschig, Circadian rhythm as a therapeutic target. *Nat Rev Drug Discov* 20, 287-307 (2021).
- [4] T. P. Burris, Nuclear hormone receptors for heme: REV-ERB α and REV-ERB β are ligand-regulated components of the mammalian clock. *Mol Endocrinol* 22, 1509-1520 (2008).
- [5] D. J. Kojetin, T. P. Burris, REV-ERB and ROR nuclear receptors as drug targets. *Nat Rev Drug Discov* 13, 197-216 (2014).
- [6] X. Zhao, H. Cho, R. T. Yu, A. R. Atkins, M. Downes, R. M. Evans, Nuclear receptors rock around the clock. *EMBO Rep* 15, 518-528 (2014).
- [7] M. F. Rubio, P. V. Agostino, G. A. Ferreyra, D. A. Golombek, Circadian heme oxygenase activity in the hamster suprachiasmatic nuclei. *Neurosci Lett* 353, 9-12 (2003).
- [8] R. Iwadate, Y. Satoh, Y. Watanabe, H. Kawai, N. Kudo, Y. Kawashima, T. Mashino, A. Mitsumoto, Impairment of heme biosynthesis induces short circadian period in body temperature rhythms in mice. *Am J Physiol Regul Integr Comp Physiol* 303, R8-R18 (2012).
- [9] Y. Satoh, R. Iwadate, Y. Watanabe, H. Kawai, N. Kudo, Y. Kawashima, A. Mitsumoto, *J Toxicol Sci* 33, 599-608 (2008).
- [10] K. E. Anderson, J. R. Bloomer, H. L. Bonkovsky, J. P. Kushner, C. A. Pierach, N. R. Pimstone, R. J. Desnick, Recommendations for the diagnosis and treatment of the acute porphyrias. *Ann Intern Med* 142, 439-450 (2005).
- [11] A. Fontanellas, J. Manzanares, M. García-Bravo, A. M. Buzaleh, M. Méndez, J. M. Oliva, A. Batlle, T. Palomo, R. Enriquez de Salamanca, Effects of repeated administration with CP-55,940, a cannabinoid CB1 receptor agonist on the metabolism of the hepatic heme. *Int J Biochem Cell Biol* 37, 1620-1625 (2005).
- [12] K. Kaasik, C. C. Lee, Reciprocal regulation of haem biosynthesis and the circadian clock in mammals. *Nature* 430, 467-471 (2004).
- [13] E. M. Dioum, J. Rutter, J. R. Tuckerman, G. Gonzalez, M. A. Gilles-Gonzalez, S. L. McKnight, NPAS2: a gas-responsive transcription factor. *Science* 298, 2385-2387 (2002).
- [14] J. Yang, K. D. Kim, A. Lucas, K. E. Drahos, C. S. Santos, S. P. Mury, D. G. S. Capelluto, C. V. Finkielstein, A novel heme-regulatory motif mediates heme-dependent degradation of the circadian factor period 2. *Mol Cell Biol* 28, 4697-4711 (2008).
- [15] A. Sarkar, E. L. Carter, J. B. Harland, A. L. Speelman, N. Lehnert, S. W. Ragsdale, Ferric heme as a CO/NO sensor in the nuclear receptor Rev-Erb β by coupling gas binding to electron transfer. *Proc Natl Acad Sci U S A* 118,

e2016717118 (2021).

- [16] S. Minegishi, I. Sagami, S. Negi, K. Kano, H. Kitagishi, Circadian clock disruption by selective removal of endogenous carbon monoxide. *Sci Rep* 8, 11996 (2018).
- [17] K. S. Polonsky, B. D. Given, L. J. Hirsch, H. Tillil, E. T. Shapiro, C. Beebe, B. H. Frank, J. A. Galloway, E. Van Cauter. Abnormal patterns of insulin secretion in non-insulin-dependent diabetes mellitus. *N Engl J Med* 318, 1231-1239 (1988).
- [18] F. W. Turek, C. Joshu, A. Kohsaka, E. Lin, G. Ivanova, E. McDearmon, A. Laposky, S. Losee-Olson, A. Easton, D. R. Jensen, R. H. Eckel, J. S. Takahashi, J. Bass, Obesity and metabolic syndrome in circadian Clock mutant mice. *Science* 308, 1043-1045 (2005).
- [19] D. Joshi, M. Pigeyre, M. U. Ali, R. de Mutsert, F. Rutters, D. Campbell, J. P. Despres, S. Borhan, T. Rafiq, R. Slebe, D. Blondin, A. Carpentier g, J. Hoeks, A. Kalsbeek, P. Schrauwen, C. X. Yi, P. Raina, The association between clock gene polymorphisms and type 2 diabetes: A systematic review and meta-analysis. *Diabetes Metab Syndr* 19, 103284 (2025).
- [20] I. N. Karatsoreos, S. M. Bhagat, N. P. Bowles, Z. M. Weil, D. W. Pfaff, B. S. McEwen, Endocrine and physiological changes in response to chronic corticosterone: a potential model of the metabolic syndrome in mouse. *Endocrinology* 151, 2117-2127 (2010).
- [21] Y. Murayama, N. Yahagi, Y. Takeuchi, Y. Aita, Z. M. Saber, N. Wada, E. Li, X. Piao, Y. Sawada, A. Shikama, Y. Masuda, M. Nishi-Tatsumi, M. Kubota, Y. Izumida, T. Miyamoto, M. Sekiya, T. Matsuzaka, Y. Nakagawa, Y. Sugano, H. Iwasaki, K. Kobayashi, S. Yatoh, H. Suzuki, H. Yagyu, Y. Kawakami, H. Shimano, Glucocorticoid receptor suppresses gene expression of Rev-erb α (Nr1d1) through interaction with the CLOCK complex. *FEBS Lett* 593, 423-432 (2019).
- [22] S. N. Goyal, N. M. Reddy, K. R. Patil, K. T. Nakhate, S. Ojha, C. R. Patil, Y. O. Agrawal, Challenges and issues with streptozotocin-induced diabetes - A clinically relevant animal model to understand the diabetes pathogenesis and evaluate therapeutics. *Chem Biol Interact* 244, 49-63 (2016).
- [23] P. S. Schein, S. Loftus, Streptozotocin: Depression of mouse liver pyridine nucleotides. *Cancer Res* 28, 1501-1506 (1968).
- [24] E. Kume, H. Fujimura, N. Matsuki, M. Ito, C. Aruga, W. Toriumi, K. Kitamura, K. Doi, Hepatic changes in the acute phase of streptozotocin (SZ)-induced diabetes in mice. *Exp Toxicol Pathol* 55, 467-480 (2004).

(受付日 令和8年2月7日)

(受理日 令和8年3月7日)

〈研究ノート〉

クライオ電子顕微鏡解析により明らかになった フィコビリソーム内発色団 $\beta 82$ の 3 次元構造の比較と 予備的考察

菊地浩人¹・白井幸太郎²・堤建斗²

Comparison of the Three-Dimensional Structures of Chromophore $\beta 82$
within the Phycobilisome Revealed by Cryo-Electron Microscopy and
Preliminary Considerations

Hiroto KIKUCHI¹, Koutarou SHIRAI², Kento TSUTSUMI²

I. はじめに

シアノバクテリアや紅藻は、可視光を捕集し、90%を超える極めて高いエネルギー伝達効率で反応中心（電荷分離の場）へと光エネルギーを伝達する仕組みを備えている。この機能の中心を担うのが、フィコビリソーム（PBS）と呼ばれる巨大なタンパク質会合体である。PBSには多数の色素分子が結合しており、それらが光を吸収し、色素自体の構造を大きく変化させることなく、励起エネルギーを反応中心へと移動させる。しかし、その物理化学的な伝達機構の詳細については、いまだ完全な理解には至っていない。

2020年代に入り、クライオ電子顕微鏡技術の飛躍的進歩によって、種々のPBSの全3次元構造が原子レベルで明らかになった。これにより、高効率なエネルギー移動機構を本格的に解明する新たな段階に入ったと言える。

¹ 日本医科大学・物理学教室 / 数理データサイエンス AI 教育センター

Department of Physics/Center for Mathematics, Data Science, and Artificial Intelligence Education, Nippon Medical School

² 日本医科大学 Nippon Medical School

PBS 内において、励起エネルギー移動の直接的な役割を担うのは色素分子である。色素の電子状態は、その分子自身の幾何学的構造（コンフォメーション）と、周囲のタンパク質環境が作り出す電氣的な相互作用によって決定される。従って、高効率なエネルギー移動機構を明らかにするためには、各色素の3次元構造と、それらが置かれた電場環境を正確に把握することが不可欠である。また、このような高度な機能を実現する構造が如何にして獲得されたのか、分子進化の観点から PBS の構築原理を理解することも強く望まれている。

本研究ノートは、これまでに報告されたシアノバクテリア由来 PBS 中の色素の3次元構造に焦点を当てて情報を整理し、今後、各色素の電子状態を理論的に解明する研究を遂行する上での一助となるようまとめた予備的考察である。

Ⅱ節では、PBS の3次元構造に関する総括的な特徴を示し、 β サブユニットに結合している色素 $\beta 82$ の役割について言及する。Ⅲ節では、2022年に Nature 誌に報告され、タンパク質データバンク (PDB) に ID 番号 7SC8 として登録されている色素 $\beta 82$ の3次元構造 (*Synechocystis* sp. PCC 6803由来の PBS で $2.1 \text{ \AA}$ の解像度)^[1]、同じグループによって2024年に Science Advances 誌に報告され、PDB に ID 番号 8TRO として登録されている色素 $\beta 82$ の3次元構造 (*Synechocystis* sp. PCC 6803由来の PBS で $1.9 \text{ \AA}$ の解像度。7SC8の更なる local refinement などが主な内容)^[2]、及びコアを持たず、1本のロッドから直接反応中心へエネルギーが移動する小さな PBS (CpcL-PBS と呼ばれている) の $\beta 82$ の3次元構造 (*Synechocystis* sp. PCC 6803由来の PBS で $2.6 \text{ \AA}$ の解像度)^[3]を比較し、今後の研究のためのコメントを記す。

Ⅱ. 光エネルギーの吸収・移動と PBS 3次元構造

フィコビリソーム (PBS) の高いエネルギー伝達機構を議論する際には、構造と機能が密接に関係しているので、どうしてもその3次元構造の特徴を切り離す訳にはいかない。

図1 (a) は、典型的な PBS の構造の模式図である。全体は扇形をした形状をしていて、中心部分にはアロフィコシアニン3量体が図のように配置している。この部分はコアと呼ばれている。この3量体は、紙面表側から裏側に向けて3量体が3～4つその底面で会合して連なり円柱のような構造をしている。アロフィコシアニンは、フィコシアニンとほぼ同じ構造をしたタンパク質であり、色素

の数は異なるが、図2のフィコシアニン3量体の様子と同じと考えてもらって構わない。その円柱状の構造の側面から、ロッドと呼ばれるフィコシアニン3量体を基本ブロックとするような円柱状の構造が6本外側に向かって連なる。なお、フィコシアニン3量体は同じ底面で会合して6量体を作り、それが機能単位となる。

図1 (b) は、本研究ノートで取り上げる小さな PBS で、CpcL-PBS と呼ばれている。これは、1本のロッド部分だけで光吸収と反応中心部分へエネルギー伝達を行う。

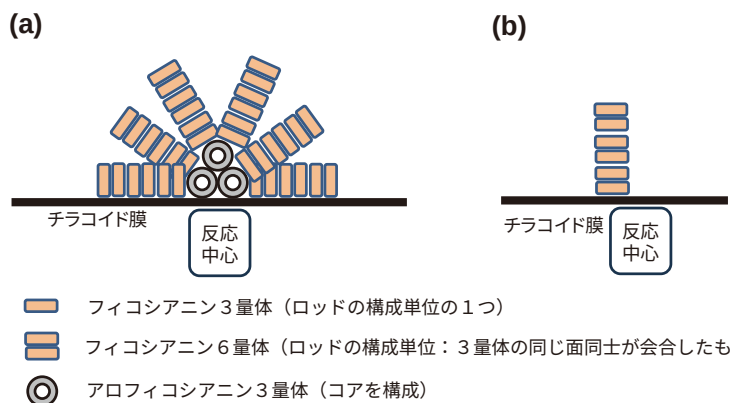


図1. フィコビリソーム (PBS) の構造の模式図。(a) 典型的なフィコビリソームの構造。コアの円柱状構造の側面から、6つのロッドの底面が会合して伸びている形状をしている。(b) CpcL-phycobilisomes と呼ばれる非常に小さいタイプのフィコビリソーム。コアの部分がなく、ロッドがそのままチラコイド膜に接していて、コアを介さずに励起エネルギーは直接反応中心の部分に移動する。

図2は、PBS のロッド部分を構築している最小ブロック単位と言えるフィコシアニン3量体を描いたものである。赤は α サブユニットと呼ばれ、緑は β サブユニットと呼ばれている。1対の α サブユニットと β サブユニットで、単量体と呼ばれ、単量体が図のように3つ集まって構成されているのが、フィコシアニン3量体である (鎖としては6本)。 α サブユニットには1つ、 β サブユニットには2つの色素 (フィコシアノビルンと呼ばれる) がシステイン残基の側鎖にチオエーテル結合を介して結合している。本研究ノートで焦点を当てるのは β サブユ

ニットに結合している紫の spacefills 表示をした分子であり、 $\beta 82$ と呼ばれている。

フィコシアニン3量体に結合している色素は全てフィコシアノピリンであり、図2の右側にその構造式を描いておいた。

フィコシアノピリンは開裂したテトラピロールから成る。ピロール環は、タ

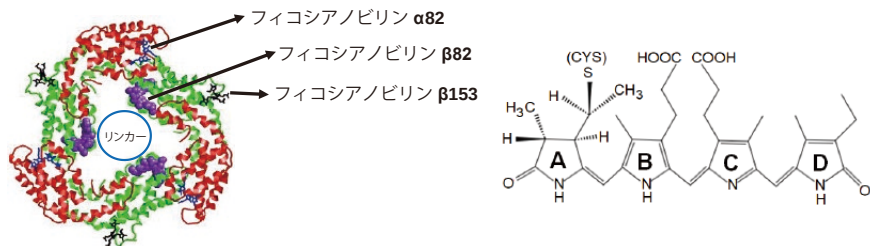


図2. フィコシアニン3量体とフィコシアニンに結合している色素フィコシアノピリンの構造式。フィコシアニン3量体は、フィコビリソームを構築しているブロック単位とも言える。赤の cartoons 表示は α サブユニット、緑の cartoons 表示は β サブユニットと呼ばれている。 α サブユニットに1つ（濃い青の sticks 表示、 α サブユニットに2つ（紫の spacefills 表示と黒の sticks 表示）の色素フィコシアノピリンが結合している。3つともフィコシアノピリン。

ンパク質に結合している方から、Aリング、Bリング、Cリング、Dリングと呼ばれている。なお、図中では、Cリングの窒素原子に水素が結合していないが、タンパク質中では、近くのアスパラギン酸側鎖の影響で、水素が付加されて（プロトン化）色素全体でプラス1の電荷となっていることを、以前著者の菊地は光吸収の計算から指摘し、現在ではコンセンサスが得られている^[4]。

色素であるフィコシアノピリンのコンフォメーションの特徴としては、BリングとCリングは共役系のために平面構造をとっていて、その平面構造からどれだけAリングとDリングがねじれているのが、色素の電子状態（基底状態と第1励起状態のエネルギーギャップ）を決める1番の重要要素となっている。

色素の電子状態を決める2番目の要素は、Cリングのプロトン化で、3番目の要素が、色素周囲のタンパク質部分からの電氣的な影響である。

図2において、フィコシアニン3量体の中心付近の中空に見える部分には、リ

ンカーと呼ばれるタンパク質が存在している。フィコシアニン3量体自体は、前からその3次元構造が知られていたが、クライオ電子顕微鏡によってリンカーと一体となったPBSの全体構造が明らかになった経緯がある。

リンカータンパク質は、フィコシアニンとは異なる構造をもつもので、図1(a)のようなPBSの各ロッドには、4つのリンカータンパク質が、フィコシアニン3量体の中空部分を串刺すように存在している。

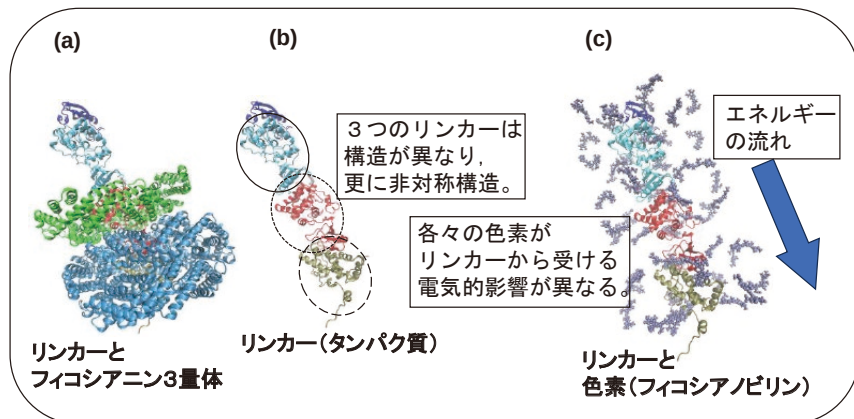


図3. リンカーの非対称構造とそれによりチューニングされる内側色素である $\beta 82$ の位置関係とエネルギー移動の概略図。3つの図は同じ向きで並んでいて、左上が外縁側、右下側がコアと会合する側。(a) ロッドの外縁側からフィコシアニン3量体を3つ間引いた図。リンカーがフィコシアニン3量体の中心部を貫いている様子を示している。(b) (a) からリンカー部分だけを抜き出したもの。実際は一番左上に多くの欠損部分のあるリンカー（キャップとも呼ばれている）もあり、全部で4つのリンカータンパク質が存在していて、それらの構造に3回の対称性はない。(c) ロッドにおいて、フィコシアニン3量体を6つ全部間引いたもので、リンカーと色素だけが表示されている。

図3 (a) は、1本のロッドの外側から3つのフィコシアニン3量体を取り除いたものを示していて、リンカータンパク質がフィコシアニン3量体の中空を串刺すように存在している様子がわかるように描いている。また、図3 (b) は、4つのリンカーを描いたものである。ここで重要なことは、フィコシアニン3量体は3回の対称性をもっているが、リンカータンパク質はそのような対称性をもっていないことである。一番上の濃い青で描かれた部分は、欠損部分が多く、まだ

全体像が明らかではないが、対称性がないことは事実である。

図3 (c) は、フィコシアニンを取り除いて、リンカーと色素を描いたものである。図の下側にコアや反応中心があるので、基本的に吸収した光のエネルギーは図中の上側から下側に移動する。勿論、局所的にはそうでない確率も存在する可能性はあるが、実際に電荷分離は行われているのであるから、エネルギーが反応中心まで移動していることは事実である。

ここから、PBS 内のエネルギー移動に関して考察を加えていくことになるが、図2で描かれたフィコシアニン3量体の2次元の図において、色素も3回の対称性を伴っていることは明らかである。しかも、もしリンカーが存在しないのであれば、図2の3量体が連なって円柱状の構造を作ったとしても、図3 (c) のような上側と下側の区別は全くつかないはずである。従って、上側と下側の区別を与えているのがリンカーであることは明らかである。色素の電子状態は、光吸収波長を決定するものであり、その要素としては前述した色素の周囲からの電氣的な影響が第3番目としての重要な要素である。即ち、リンカーは、フィコシアニン3量体を繋いでロッド構造を構築すると同時に、色素の電子状態に違いを与えているのである。そして、 $\alpha 82$ や $\beta 153$ がリンカーから遠い位置に存在していることを考慮すれば、外側から中心方向へのエネルギー移動を実現させているのは、リンカーと $\beta 82$ の相互作用の違いが主な要因ということが言える。ロッド部分のエネルギー移動は、この相互作用を中心にして議論されるべきであることがわかる。

Ⅲ. 色素の3次元構造の比較と整理

本研究ノートでは、色素の電子状態（基底状態と第1励起状態のエネルギーギャップ）を決める1番の重要な要素である色素のコンフォメーションに着目する。電子状態に影響を与える2番目の重要な要素である色素のプロトン化は、色素の近くにあるアスパラギン酸が種に依らず常に保存されていて、色素との位置関係が変わらないため、色素は常にプロトン化されていることを想定すればよい。また、電子状態に影響を与える3番目の重要な要素は、色素の周囲のタンパク質部分が色素に与える電氣的な影響であるが、これは色素の電子状態をチューニングする役割をしていて、PBS 内色素間での励起エネルギー移動の効率を高くする役割をしていると考えられる。それ故、色素の電子状態自体を

決定する要素としては3番目と言えるが、PBS内エネルギー移動の高効率化にとっては、最も重要な役割を担っているとも言える。従って、色素のコンフォメーションに関する問題がクリアされた後、この周囲から色素への電気的な影響に関する議論が非常に重要になる。

ここでは、*Synechocystis* sp. PCC 6803由来のPBSの色素 β 82の3次元構造に着目する。この3次元構造は、2022年にNature誌で報告され、タンパク質データベース(PDB)にID番号7SC8として解像度2.1 Åのデータとして登録されている。また、その2年後の2024年には、同じグループによって、1.9 Åというより高い解像度のリファインされた3次元構造がScience Advances誌で報告され、PDBのID:8TROとして登録されている。

また、上記2つの色素の構造に加え、*Synechocystis* sp. PCC 6803由来のCpcL-PBSの色素 β 82も併せて比較する。これは、2023年にNature Communications誌で2.6 Åの解像度として報告され、PDBのID:8HFQとして登録されている。こちらは、前2つの解像度よりも劣るが、発色団のコンフォメーションの部分に関する議論を、ある程度重いウエイトで論文中に取り上げており、色素の3次元構造の決定には慎重さが感じられるので、比較対象にすることにした。

色素のコンフォメーションでは、BリングとCリングは共役系のために、全ての色素は平面構造をしている。そこで、BリングとCリングの部分で、原子位置の二乗平均平方根偏差(RMSD)が最小となるように重ね合わせを行って図を描いた。この計算は、Kabschの方法^[5]に基づいて遂行された。

色素の名前は、その色素が結合しているタンパク質フィコシアニンの鎖名を使用することにしたが、比較する3つのPDBデータにおいて、それぞれ異なる鎖名となっているので、統一することにした。図4は8HFQのリンカータンパク質と色素 β 82を描いたものであるが、括弧内で書かれたアルファベットが本研究ノートでつけた鎖名である。6量体に対して、B, D, F, H, J, Lとし、6量体に対してはコア側から内, 中, 外ともう一つの指標を用いた。なお、括弧の左側のアルファベットがPDBの鎖名である。また、リンカーは非対称構造であり、7SC8と8TROの構造は8HFQとほとんど同じであるので、図は省略してあるが、リンカーに対して同じ位置関係にある色素に対して同じ鎖名を与えた。それらの対応する鎖名に関して、表1にPDBの鎖名と本研究ノートで与えた鎖名の対応関係をまとめておいた。

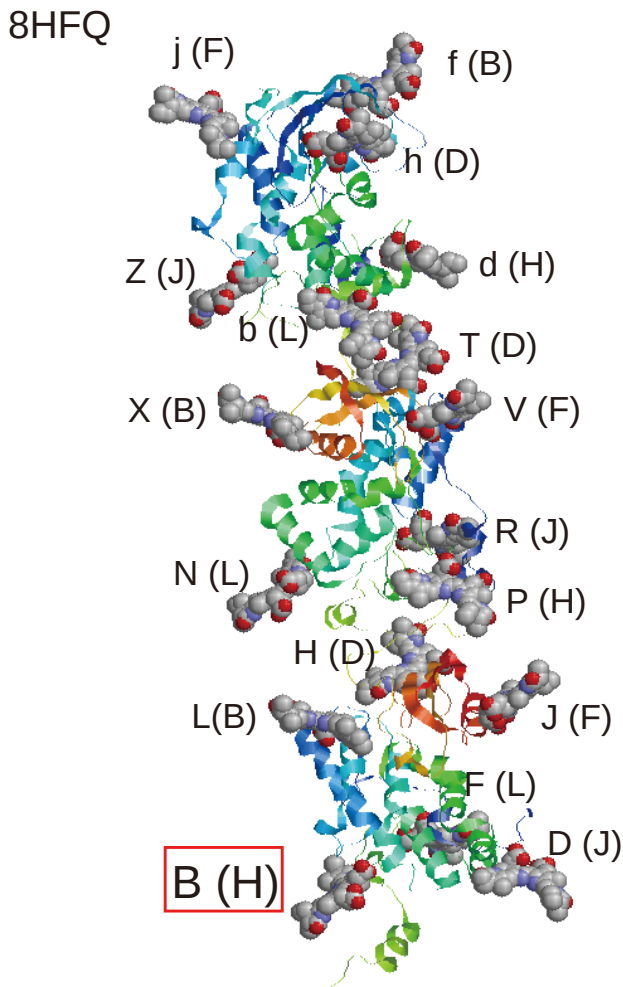


図4. PDB の8HFQ のリンカータンパク質 (cartoons 表示) と色素 β 82 (spacefill 表示)。色素の記号は β 82 が結合しているタンパク質の鎖名で、括弧内の記号は本研究ノートで便宜上与えたもの (表1を参照)。なお、7SC8 及び 8TRO のロッドもほぼ同じ構造を示すので、7SC8 及び 8TRO における同じ位置の色素は、この図の括弧内の記号と同じに本研究ノートではしている。下側が反応中心側。左下の赤枠で囲ってある B (H) は、色素の基底電子状態と第一励起状態のエネルギー差が最も小さい色素である。

	通し 番号	7SC8 (PDB 正規鎖名)	8HFQ (PDB 正規鎖名)	8TRO (PDB 正規鎖名)	7SC8 (便宜的 約束)	8HFQ (便宜的 約束)	8TRO (便宜的 約束)
外	1	AB	f	B	B	B	B
	2	AD	h	D	D	D	D
	3	AF	j	F	F	F	F
	4	AH	d	H	H	H	H
	5	AJ	Z	J	J	J	J
	6	AL	b	L	L	L	L
中	7	AN	X	N	B	B	B
	8	AP	T	P	D	D	D
	9	AR	V	R	F	F	F
	10	AT	P	T	H	H	H
	11	AV	R	V	J	J	J
	12	AX	N	X	L	L	L
内	13	AZ	L	Z	B	B	B
	14	BB	H	1	D	D	D
	15	BD	J	3	F	F	F
	16	BF (最低エネルギー)	B	5	H	H	H
	17	BH	D	7	J	J	J
	18	BJ	F	9	L	L	L

表1. 鎖名対応表 (7SC8, 8HFQ, 8TRO)。色素 β 82と結合しているフィコシアニン β サブユニットの鎖名と、本研究ノートで便宜的に名前をつけた鎖名との対応関係を示している。一番左の列は、ロッドを構成する3つの6量体の内、コアから離れているのを「外」、コアに接しているのを「内」、「外」と「内」の間を「中」としている。左から2列目は、色素の通し番号。タンパク質データベース(PDB)の中では、鎖名がバラバラであるが、1つのロッドにおいて同じ位置関係にあるものに対して、本研究ノートではPDBとは別に便宜上同じ記号を与えたので、PDBとの対応を明確にしておくための表である。右側から3列は、本論文で付けた記号である。なお、16番目の色素は、ロッド中最も電子エネルギー状態が低いことが、著者の計算から予想されているので、示しておいた。

図5, 図6, 図7は, 7SC8, 8TRO, 8HFQ の $\beta 82$ の3次元構造をBリングとCリングを構成する11個の重原子においてRMSDを最小にするように重ね合わせて, 平面構造のBリングとCリングが1直線になるように描いたものであり, それぞれ, コアから一番遠い外側の6量体(外6量体), 中間の6量体(中6量体), コアに一番近い内側の6量体(内6量体)としてまとめたものである。7SC8はシアン, 8TROは濃い青, 8HFQはオレンジの色にしてある。なお, 図全体の色素の配置は, 図4の色素の相対的な配置を意識して描いてある。

まず, 7SC8と8TROは, 全く同じPBSに関して同じグループがそれぞれ解像度2.1 Å, 解像度1.9 Åのデータであり, 後者は前者をよりリファインしたものとしての位置づけとなっている。このような視点で図5~7を比較するとき, まずDリングの平面が, BリングとCリングで作られる平面となす2面角が異なっている色素が見られる。また, 各々の色素の右端のDリングから伸びている側鎖に関しての角度が異なるものがある。更には, BリングとCリングの各々にはプロピオン酸の側鎖があるが, その位置の違いも確認される。

著者の一人である菊地は, PBSの色素に関して, これまで量子化学計算を行ってきた経験がある^[4, 6, 7]。Dリングの平面が, BリングとCリングで作られる平面となす2面角の違いは, 図に現れている程度でも, 基底電子状態と第一励起電子状態のエネルギーギャップの大きさに強く影響する。

解像度の0.2 Åの違いで, 外6量体においてはBとL, 中6量体においてはB, F, L, (Hも若干気になる), 内6量体においてはB, D, F, Hの違いとなっている点を考えると, 実験からの更なる3次元構造データの蓄積や, 色素周囲からの電氣的環境を考慮した量子化学計算手法の発展とそれによる結果が望まれる。

次に, CpcL-PBSの3次元構造である8HFQの $\beta 82$ は, 8TROの $\beta 82$ とほぼ同じ構造をしていることがわかる。但し, 内6量体のJだけは, 顕著な違いを示していると言えるだろう。これは, PBSの構造そのものに由来するのではないかと予想している。8TROのロッドはコアに接続しているが, 8HFQのロッドは, 直接反応中心部分に接続しているからである。ここでは詳細に踏み込まないが, 今後更なるより高精度の構造の解明が期待される。

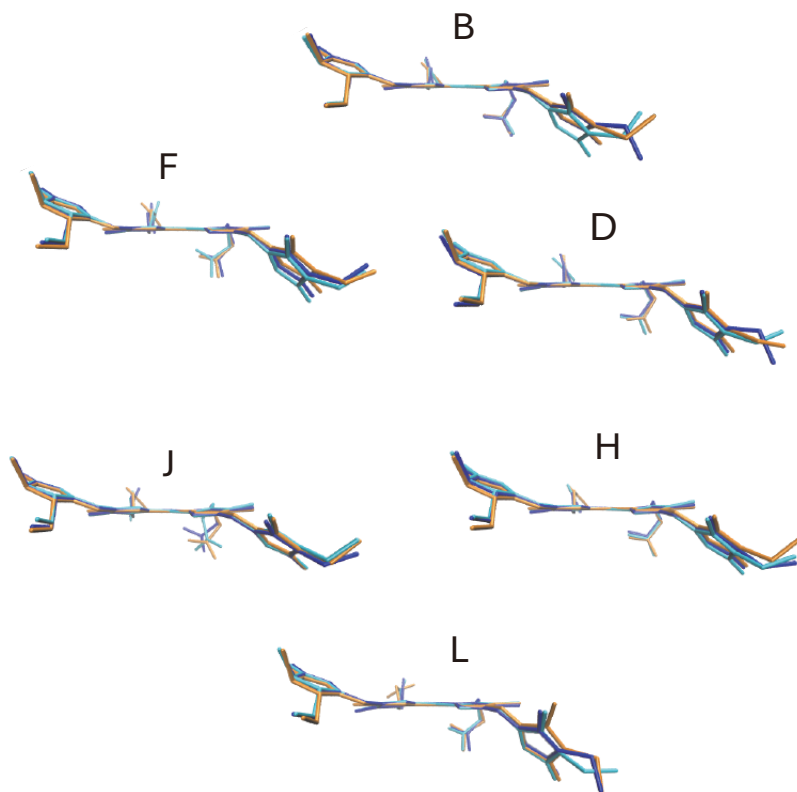


図5. フィコビリソームの一番外縁側（コアは反応中心側から一番遠い部分）の6量体（ここでは外6量体と呼ぶことにする）における、PDBに登録されている3つのデータセット（PDBID:7SC8（シアン）、8TRO（濃い青）、8HFQ（オレンジ））における $\beta 82$ 構造の比較。BリングとCリングで重ね合わせたときの sticks 表示。記号は、本研究ノートで付与した発色団の記号で、6つの並べ方は図4のロッド内の色素の配置に合わせている。

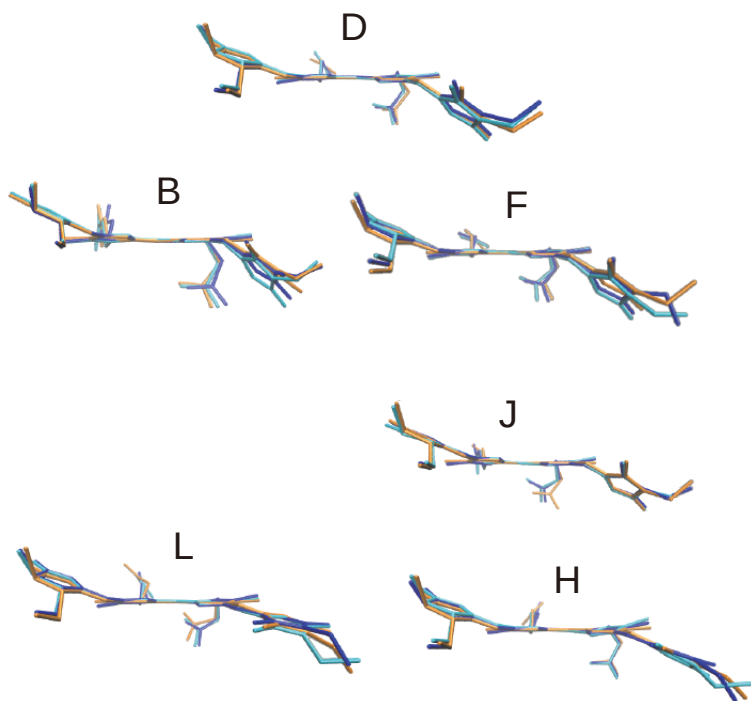


図6. フィコビリソームの外6量体と一番コア側の6量体との間の6量体（ここでは中6量体と呼ぶことにする）における，PDBに登録されている3つのデータセット（PDBID:7SC8（シアン），8TRO（濃い青），8HFQ（オレンジ））における $\beta 82$ 構造の比較。BリングとCリングで重ね合わせたときのsticks表示。記号は，本研究ノートで付与した発色団の記号で，6つの並べ方は図4のロッド内の色素の配置に合わせている。

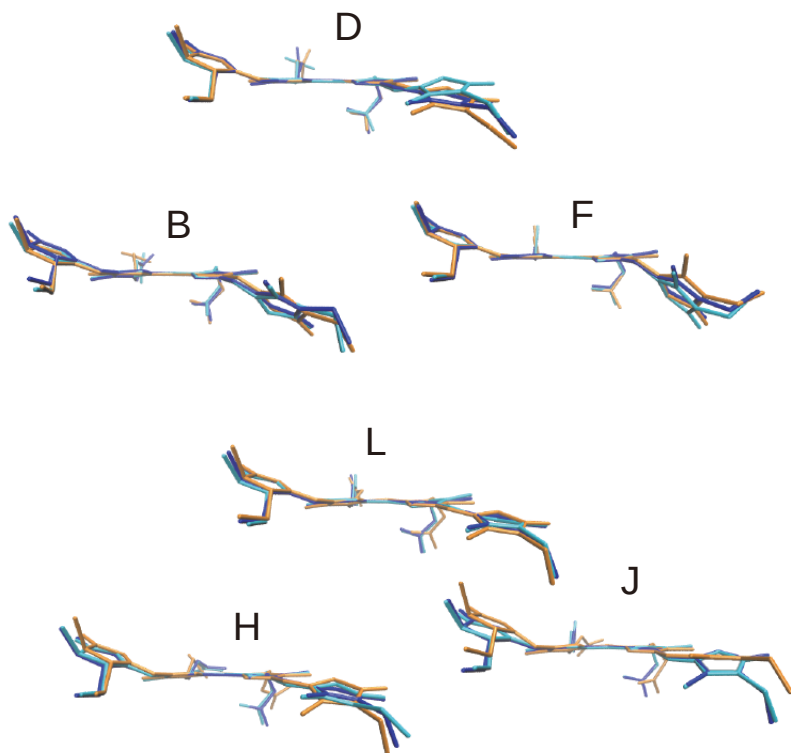


図7. フィコビリソームの一番コア側の6量体（ここでは内6量体と呼ぶことにする）における、PDBに登録されている3つのデータセット（PDBID:7SC8（シアン）、8TRO（濃い青）、8HFQ（オレンジ））における $\beta 82$ 構造の比較。BリングとCリングで重ね合わせたときの sticks 表示。記号は、本研究ノートで付与した発色団の記号で、6つの並べ方は図4のロッド内の色素の配置に合わせている。

IV. おわりに

本研究ノートでは、クライオ電子顕微鏡によって明らかにされた最新のシアノバクテリアのフィコビリソームの3次元構造に関して、エネルギー移動の機構を理論計算により明らかにする立場から、色素 $\beta 82$ の3次元構造を中心としたデータの整理と簡単なコメントを記録した。今後の研究遂行の道標、或いは本分野の研究の参考となって発展に寄与することができれば幸いである。

参考文献

- [1] Domínguez-Martin et al., “Structures of a phycobilisome in light-harvesting and photoprotected states”, *Nature* 609(7928), pp. 835-845 (2022).
- [2] Paul V. Sauer et al. “Structural and quantum chemical basis for OCP-mediated quenching of phycobilisomes”, *Science Advances* 10(eadk7535), pp.1-11 (2024).
- [3] L. Zheng et al., “Cryo-EM structure of CpcL-PBS from cyanobacterium *Synechocystis* sp. PCC 6803”, *Nature Communications* 14, pp.3961-3970 (2023).
- [4] H. Kikuchi, T. Sugimoto, and M. Mimuro, “An electronic state of the chromophore, phycocyanobilin, and its interaction with the protein moiety in c-phycocyanin: protonation of the chromophore”, *Chemical Physics Letters* 274(5), pp. 460-465 (1997).
- [5] W. Kabsch, “A solution for the best rotation to relate two sets of vectors”, *Acta Crystallographica Section A* 32(5), pp. 922-923 (1976).
- [6] H. Kikuchi, “Functional roles of the hexamer structure of c-phycocyanin revealed by calculation of absorption wavelength”, *FEBS Open Bio* 11(1), pp. 164-172 (2021).
- [7] H. Kikuchi, “Redshifting and blueshifting of $\beta 82$ chromophores in the phycocyanin hexamer of porphyridium purpureum phycobilisomes due to linker proteins”, *Life* 12(11) (2022).

(受付日 令和8年2月7日)

(受理日 令和8年3月7日)

〈研究ノート〉

摩擦項を伴う波動方程式に対する 極限振幅の原理

中澤秀夫*

Principle of limiting amplitude for dissipative wave equations

Hideo NAKAZAWA*

要約 摩擦項を伴う波動方程式の極限振幅の原理に関して最近得た結果 ([14]) を紹介する。第1章では、極限振幅の原理の物理的な意味について説明する。第2章では既存の結果の紹介と我々が得た主結果の解決への道筋を説明する。第3章では著者たちが最近得た結果 (定理1) を紹介する。最終章では主定理の証明の概略を与える。

1. 波動方程式に対する極限振幅の原理

波動方程式に対する極限振幅の原理とは、時間周期的な外力項を伴う波動方程式の解が、時刻無限大で、対応する定常問題の解の時間周期的な因子倍に、ある位相で近づくことを主張するものである。言葉のみでの説明では限界があるので、以下では望月 [10: p.6~14] に従い、以上の内容を数式を用いて、ある程度正確に述べる。

N は空間次元を表す自然数とする。 N 次元 Euclid 空間の点 $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in \mathbb{R}^N$ と時刻 $t \in \mathbb{R}$ において、時間周期的外力項を考慮した波の振動を記述する基本的な偏微分方程式は次の波動方程式、或いは ダランベール (D'Alembert) 方程式で

* 日本医科大学医学部基礎科学数学教室及び数理データサイエンス AI 教育センター

Department of Mathematics, Liberal Arts and Sciences, Faculty of Medicine, and Center for Mathematics, Data Science, and Artificial Intelligence Education, Nippon Medical School

与えられる：

$$(1) \quad w_{tt}(x, t) - \Delta w(x, t) = f(x)e^{i\omega t},$$

但し、 $w(x, t)$ は空間 1 次元 $N = 1$ であれば弦の変位を、より一般には音響学における速度ポテンシャルを表し、 w_{tt} は w の t に関する 2 階偏微分

$$w_{tt}(x, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t)$$

を表す。また、 Δ は x に関する 2 階偏微分作用素〔ラプラス (Laplace) 作用素と呼ばれる〕である、即ち、

$$\Delta w(x, t) = \sum_{j=1}^N w_{x_j x_j} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2 w}{\partial x_j^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \cdots + \frac{\partial^2 w}{\partial x_N^2}$$

で定義される。更に、 ω は 0 でないある実数の定数 (即ち $\omega \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$)、 $f(x)$ は簡単のため、有界な台²をもつ無限回連続的微分可能な関数 (即ち $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^N)$) とする。

極限振幅の原理の主張は次の通り：数学的には方程式 (1) と次の零初期条件³

$$w(x, 0) = \frac{\partial w}{\partial t}(x, 0) = 0$$

を組にした初期値問題の解 $w(x, t)$ が⁴、時刻 t が正負の無限大の極限 ($t \rightarrow \pm\infty$) で、(1) の定常問題であるヘルムホルツ (Helmholtz) 方程式⁴

$$(2) \quad -\Delta u(x) - \omega^2 u(x) = f(x) \quad x \in \mathbb{R}^N$$

²関数 $f(x)$ の台 (support) とは集合 $\text{supp}(f) = \{x \in \mathbb{R}^N : f(x) \neq 0\}$ の閉包 (「閉包」は、通常は理学部数学科 2 年次で開講される「位相空間論」で学ぶ概念。例えば (必ずしもこれが最も適切な書物というわけではないが) 横田一郎 著「群と位相」(裳華房) p.72 を参照)。また $\mathbb{R}^N$ の集合 $X (\subset \mathbb{R}^N)$ が有界であるとは任意の $x \in X$ に対してある正定数 M が存在して $|x| \leq M$ が成り立つときをいう。ここに、 $|x|$ は x の大きさを表し、

$$|x| = \left(\sum_{j=1}^N x_j^2 \right)^{1/2} = \left(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_N^2 \right)^{1/2}$$

で定義されるもの。

³零初期条件でなくても証明は可能であるが初期条件に対する更なる仮定が必要となる。極限振幅の原理の証明で非零初期条件という仮定は本質的ではないので通常は零初期条件として証明する。

⁴これは、波動方程式 (1) の解で $w(x, t) = u(x)e^{-i\kappa t}$ (但し $\kappa \in \mathbb{C}$, $i = \sqrt{-1}$) という形のものを考えることで得られる。実際、 $w_{tt}(x, t) = -\kappa^2 u(x)e^{-i\kappa t}$, $\Delta w(x, t) = \{\Delta u(x)\} e^{-i\kappa t}$ であるから。

の解 $u(x)$ に次の意味で近づく：

$$w(x, t) \rightarrow u(x)e^{-i\omega t} \quad (t \rightarrow \pm\infty).$$

ここでこの収束「 $\rightarrow$ 」の意味に関してはここでははっきり述べず，ぼかしておく。正確な主張に関しては，望月 [10; p.12, 定理 3.3] を参照のこと。

Wikipedia⁵によれば，極限振幅の原理の概念自体は1948年にチコノフ (A.N.Tikhonov)・サマルスキー (A.A.Samarskii) により

A.N.Tikhonov and A.A.Samarskii, On the radiation principle, Zh. Eksper. Teoret. Fiz. 18(1948) (2): pp.243-248

で初めて導入され，用語自体は，関連する「極限吸収の原理 (principle of limiting absorption) ⁶」や「ゾンマーフェルト (Sommerfeld) の放射条件 (radiation condition) ⁷」とともに1950年にスヴェシニコフ (A.G.Sveshnikov) により

⁵https://en.wikipedia.org/wiki/Limiting_amplitude_principle

⁶イグナトウスキー (W. v. Ignatowsky) によって論文

W. v. Ignatowsky, Reflexion elektromagnetischer Wellen an einem Draft, Annalen der Physik. 18(1905) (13), pp.495-522

で導入された，古典力学における波を記述する偏微分方程式である波動方程式の定常問題や量子力学におけるミクロな粒子の波としての性質を記述する偏微分方程式の定常問題において，スペクトルパラメータが実軸に近づく際の実軸上への境界値が存在するという主張。具体的には，スペクトルパラメータ $\kappa = \sigma + i\tau$, ($\sigma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\tau > 0$) に対するヘルムホルツ方程式

$$\{-\Delta - (\sigma + i\tau)^2\} u(x) = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^N$$

の解 $u(x)$ を，スペクトルパラメータの虚部 τ が正の値をとりながら0に近づくときの境界値

$$u(x) = \lim_{\tau \downarrow 0} \{-\Delta - (\sigma + i\tau)^2\}^{-1} f(x)$$

として求めることを指す。

⁷物理学者のゾンマーフェルト (Sommerfeld) が

Arnold Sommerfeld. "Die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung". Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. 21(1912), pp.309-352

によって導入した，古典力学的な波や量子力学的な微視的粒子の波の満たす偏微分方程式の定常問題の解の一意性を保証する空間無限遠における境界条件。具体的には，ヘルムホルツ方程式

$$(-\Delta - \kappa^2) u(x) = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^N, \quad \kappa \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$$

の解の一意性を保証する，

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} |x|^{\frac{N-1}{2}} \left(\frac{\partial}{\partial |x|} - i\kappa \right) u(x) = 0$$

A.G.Sveshnikov, Radiation principle, Doklady Akademii Nauk SSSR. Novaya Seriya. 5(1950), pp.917-920

で導入されたとされている。何れも古典力学や量子力学等における波動伝播問題や散乱問題⁸における基本的な概念である。

という無限遠における境界条件をいう。

⁸音波、電磁波、弾性波や、電子などの微視的粒子の波動関数、等の物理的な現象を記述する偏微分方程式を数学的に捉え、入射波や入射粒子が障害物やポテンシャル等の摂動により周囲に広がる挙動を解析し、その解のもつ種々の性質に対して数学的に厳密な証明を与えることを目標に、解の存在と一意性、解の滑らかさに関する不等式評価、局所エネルギーや全エネルギーの減衰・非減衰を論じたり、物理的にも重要な、波動作用素の存在や散乱作用素の定義可能性を研究する散乱の順問題や、散乱振幅から障害物やポテンシャルを再構成する散乱の逆問題、等を研究する分野。参考文献（以下アルファベット順）としては望月 [10] の他に、古典物理的な波動方程式の散乱現象を主に扱う、

井川満：双曲型偏微分方程式と波動現象（岩波オンデマンドブックス）、岩波書店、2018、

井川満、散乱理論（岩波オンデマンドブックス）、岩波書店、2023、

Peter D. Lax and Ralph S. Phillips, Scattering Theory, Revised Edition (Volume 26) (Pure and Applied Mathematics, Volume 26) Academic Press, 1989/1990,

Richard Melrose, Geometric Scattering Theory (Stanford Lectures: Distinguished Visiting Lecturers in Mathematics, Series Number 1), Cambridge University Press, 2008,

Vesselin Petkov, Scattering Theory for Hyperbolic Operators, North Holland, 2012,

G.F. Roach, Wave Scattering by Time Dependent Perturbations (Princeton Series in Applied Mathematics), Princeton University Press, 2007,

Calvin H. Wilcox, Scattering Theory for the d'Alembert Equation in Exterior Domains (Lecture Notes in Mathematics, 442), Springer Verlag, 2009,

や、量子力学における散乱現象を扱う

Tuncay Aktosun and Ricardo Weder, Direct and Inverse Scattering for the Matrix Schrödinger Equation (Applied Mathematical Sciences, 203), Springer Verlag, 2020,

Werner O.O. Amrein, Anne Boutet de Monvel and Vladimir Georgescu, C_0 -Groups, Commutator Methods and Spectral Theory of N -Body Hamiltonians (Modern Birkhäuser Classics), Birkhäuser, 2013,

Hellmut Baumgärtel and Manfred Wollenberg, Mathematical Scattering Theory (Operator Theory: Advances and Applications), Springer Verlag, 2014,

Hans L. L. Cycon, Richard G. Froese, Werner Kirsch and Barry Simon, Schrödinger Operators: With Applications to Quantum Mechanics and Global Geometry (Theoretical and Mathematical Physics), Springer Verlag, 1987,

Jan Dereziński and Christian Gerard, Scattering Theory of Classical and Quantum N -Particle Systems (Theoretical and Mathematical Physics), Springer Verlag, 1997,

池部晃生, 数理物理の固有値問題—離散スペクトル (数理解析とその周辺), 産業図書, 1976,

磯崎洋, 多体シュレーディンガー方程式 (シュプリンガー現代数学シリーズ), 丸善出版, 2012,

2. 既存の結果と問題の解決に向けての道筋

1960年代位までには、波動方程式 (1) の全空間における初期値問題、或いは、有界な障害物⁹の外部領域における初期値境界値問題に対する極限振幅の原理¹⁰が、様々な研究者たちによって考察された ([2, 3, 8, 16, 19] 等参照, ポテンシャル項を

加藤敏夫 (黒田成俊 脚注), 量子力学の数学理論, 近代科学社, 2017,

加藤祐輔, 散乱理論における逆問題 (岩波オンデマンドブックス), 岩波書店, 2016,

黒田成俊, 量子物理の数理 (岩波オンデマンドブックス), 岩波書店, 2017,

黒田成俊, 岩波講座 基礎数学 解析学 (II) xi スペクトル理論 II (岩波オンデマンドブックス), 岩波書店, 2019,

中村周, 量子力学のスペクトル理論 (共立講座 21 世紀の数学 26), 共立出版, 2017,

R.G. Newton, Inverse Schrödinger Scattering in Three Dimensions (Theoretical and Mathematical Physics), Springer Verlag, 2011,

R.G. Newton, Scattering Theory of Waves and Particles (Theoretical and Mathematical Physics), Springer Verlag, 2014,

Michael Reed and Barry Simon, Scattering Theory (Volume 3) (Methods of Modern Mathematical Physics, Volume 3), Academic Press, 2012,

D.R. Yafaev, Mathematical Scattering Theory: General Theory (Translations of Mathematical Monographs), American Mathematical Society, 1992,

D.R. Yafaev, Mathematical Scattering Theory: Analytic Theory (158) (Mathematical Surveys and Monographs), American Mathematical Society, 2000,

D.R. Yafaev, Scattering Theory: Some Old and New Problems (Lecture Notes in Mathematics, 1735), Springer Verlag, 2000,

谷島賢二, シュレーディンガー方程式 I・II (朝倉数学大系 5・6), 朝倉書店, 2014

等がある。非線形波動方程式や非線形分散型方程式に関しては,

林仲夫, 非線形分散型波動方程式——解の漸近挙動 (岩波数学叢書) 岩波書店, 2018,

小川卓克, 非線形発展方程式の実解析的方法 (シュブリンガー現代数学シリーズ 18 巻), 丸善出版, 2013,

堤誉志雄, 非線形問題偏微分方程式論: 基礎から展開へ (数学レクチャーノート 基礎編 3), 培風館, 2004

のみを挙げておく。

なお次の書物は [10] と同様, 線形及び非線形の散乱問題をともに論じている:

G.F. Roach, An Introduction to Linear and Nonlinear Scattering Theory (Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics), CRC Press, Routledge, 2020.

⁹障害物 $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^N$ が有界であるとは, $\mathcal{O}$ は $\mathbb{R}^N$ の部分集合であって, 任意の $x \in \mathcal{O}$ に対してある正の定数 M が存在して $|x| \leq M$ が成り立つときをいう。

¹⁰有界な障害物の外部領域で偏微分方程式を考えるという問題を指す。与えられた偏微分方程式を解く場合には, 当然, 領域の境界上では何らかの境界条件を仮す必要がある。比較的研究されているのは $\Omega = \mathbb{R}^N \setminus \mathcal{O}$, $\partial\Omega (= \Omega$ の境界) は滑らか という仮定の下で, 次の偏微分方程式の解を求める問

伴う波動方程式に対する極限振幅の原理¹¹ に関しては [6,7] 等を参照)。

また, Schrödinger 方程式¹² に対しても同原理の研究はなされている (例えば [4,

題である ($\omega \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ とする) :

$$\begin{cases} w_{tt}(x, t) - \Delta w(x, t) = f(x)e^{i\omega t}, & w(x, 0) = w_t(x, 0) = 0, & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}, \\ u(x, t) = 0 & (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}. \end{cases}$$

¹¹ この場合は $x \in \mathbb{R}^N$, $t \in \mathbb{R}$, $\omega \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ として

$$w_{tt}(x, t) - \Delta w(x, t) + V(x, t)w(x, t) = f(x)e^{i\omega t}, \quad w(x, 0) = w_t(x, 0) = 0$$

という問題がよく研究されてきた。ここで $V(x, t)w(x, t)$ がポテンシャル項を表す。

¹² 量子力学などで現れる時間依存 Schrödinger 方程式の初期値問題は, Schrödinger 作用素 $L = -\Delta + V(x)$ を用いて,

$$i\hbar v_t(x, t) - Lv(x, t) = 0, \quad v(x, 0) = v_0(x)$$

と表される。ここに $\hbar$ は換算プランク定数, 即ち, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (但し h はプランク定数) を表す。

関数 $V(x)$ の例として 1970 年代迄に多くの研究者 (特に数学者) たちによって考察されてきたものは, 空間遠方で減衰する滑らかな実数値関数であるが, 物理的に重要な例としては, 水素原子の運動を記述するクーロン (Coulomb) ポテンシャル

$$V(x) = c|x|^{-1}$$

(但し c は 0 でない実数の定数) や, 空間遠方で増大するポテンシャルの代表例である調和振動子

$$V(x) = |x|^2$$

等が有名である。また, 粒子の吸収・放出効果を考慮する場合には $V(x)$ は複素数値関数となる。更に, $t \geq 1$, α をポテンシャルの拡散速度を制御するパラメータ, また V_1 を有界な関数として V が x のみならず t にも依存し得る関数 :

$$V(x, t) = t^{-\alpha} V_1(t^{-1}x)$$

の場合は surfboard Schrödinger 方程式と呼ばれ,

K.Yajima, Surfboard Schrödinger equations, Commun. Math. Phys., 96(1984), pp.349-360 で解の漸近挙動が研究された。これらは皆, 2 体問題の範疇であり, 数学的には問題はほぼ解決しているといつてよい。

その後, 多体問題の研究も多くの研究者たちによって考察され, 短距離相互作用の場合のシーガル (I.M.Signal)・ゾファー (A.Soffer) による波動作用素の漸近完全性

I.M.Signal and A.Soffer, The N -particle scattering problem: Asymptotic completeness for short range systems, Annals of Mathematics, 125(1987), pp.35-108.

の証明に始まり, 遂には 1992 年にデレジンスキー (J.Derejński) によって, クーロンポテンシャルを含む長距離型相互作用ポテンシャルの場合の波動作用素の漸近完全性の証明が論文

J.Derejński, Asymptotic completeness of long-range N -body quantum systems, Annals of Mathematics, 138(1993), pp.427-476.

で与えられた。

17]) が、数学的な道具立ての関係上、いずれも系の生成作用素¹³ が自己共役¹⁴ と

¹³直観的には系を支配・記述する作用素。より正確には、考えている関数空間上で半群 (semi-group) やユニタリー群 (unitary-group) を生成する元となる作用素を指し、これにより、与えられた微分方程式の当該関数空間における解の存在と一意性が直ちに従うことが判る。

例えば単振動の場合、時刻 t における位置を表す関数 $x(t)$ は常微分方程式

$$x''(t) = -x(t)$$

を満たす。ここで、簡単のためバネ定数は 1 となる単位系を採用している。この微分方程式において、時刻 t における速度を $v(t)$ とすれば、これは $v(t) = x'(t)$ であるが、与えられた微分方程式を用いれば、 $v'(t) = x''(t) = -x(t)$ が成り立つことが判る。そこで、新たにベクトル

$$\overrightarrow{u(t)} = \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$$

を導入すれば、

$$\frac{d\overrightarrow{u(t)}}{dt} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ v'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v(t) \\ -x(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \overrightarrow{u(t)}$$

となる。ここで、この右辺の係数行列 $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ が、この単振動を規定する生成作用素 (有限次元作用素) に相当する。 M の固有値は $\pm i$ であり、スペクトル分解は

$$M = iP_+ + (-i)P_-, \quad P_+ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}, \quad P_- = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix},$$

従って、

$$e^{Mt} = e^{it}P_+ + e^{-it}P_- = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$$

となる。これより、単振動の微分方程式の一般解は

$$\overrightarrow{u(t)} = e^{Mt} \overrightarrow{c}$$

で与えられる。ここに、

$$\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} x(0) \\ v(0) \end{pmatrix}$$

は初期条件からなる初期ベクトルである。

通常の波動方程式 $w_{tt}(x, t) - \Delta w(x, t) = 0$ の場合も、これと同様に、 $\frac{d\{w_t(x, t)\}}{dt} = w_{tt}(x, t) = \Delta w(x, t)$ であるから、 $x \in \mathbb{R}^N$ を 1 つ固定して $w(x, t)$ と $w_t(x, t)$ を対にしたベクトル

$$\overrightarrow{v(x, t)} = \begin{pmatrix} w(x, t) \\ w_t(x, t) \end{pmatrix}$$

を導入すれば、

$$i \frac{\partial \overrightarrow{v(x, t)}}{\partial t} = \begin{pmatrix} iw_t(x, t) \\ i\Delta w(x, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i\Delta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w(x, t) \\ w_t(x, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i\Delta & 0 \end{pmatrix} \overrightarrow{v(x, t)}$$

なる場合 (即ち、物理的には全エネルギーが保存する場合) が主に研究されてきた。

一方、摩擦項を伴う波動方程式¹⁵ に対する極限振幅の原理は 溝畑-望月 [9] により初めて考察された (その後, [1], [5] 等) が[‡], そこでの設定は空間 3 次元の全空間 $\mathbb{R}^3$ の場合のみであった。証明において、空間 3 次元におけるヘルムホルツ方程式の基本解の具体形を用いているためである。

著者は大学院博士課程において、摩擦項を伴う波動方程式の定常問題¹⁶ に対する極限吸収原理を摩擦項の係数関数に対する空間遠方での減衰性及び絶対値自体の

と表せる。この右辺に現れている行列

$$M = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i\Delta & 0 \end{pmatrix}$$

は定義域を $H^2(\mathbb{R}^N) \times H^1(\mathbb{R}^N)$ とする自己共役作用素 (次の脚注を参照) となる。なお, $k \in \mathbb{N}$ に対して $H^k(\mathbb{R}^N)$ は粗く言えば k 回微分迄が $L^2(\mathbb{R}^N)$ に属するような関数空間を表す (これを k 次のソボレフ (Sobolev) 空間と呼ぶ)。従って、ストーン (Stone) の定理によって、 M はユニタリー (Unitary) 群 $\{e^{iMt}\}_{t \in \mathbb{R}}$ を生成することが判り、(詳細は省略するが[‡]) この波動方程式は $L^2(\mathbb{R}^N)$ において一意解

$$w(x, t) = \cos\left(\sqrt{-\Delta}t\right) w(x, 0) + \left(\sqrt{-\Delta}\right)^{-1} \sin\left(\sqrt{-\Delta}t\right) w_t(x, 0)$$

をもつことが判る。なお望月 [10] p.20, 定理 5.1 では波動方程式をより一般化した双曲型発展方程式の解の表示を得ている。

更に同書 p.22, 命題 5.3 では、上で単振動の微分方程式を 1 階連立化したのと同様の取り扱いにより、波動方程式の 1 階連立化による発展作用素のスペクトル分解の表示が得られている。それを見ると判るように、そこに現れる射影作用素は、上で見た単振動の微分方程式を連立化した際のスペクトル分解の射影作用素と全く同じ表示を持っていることが判る。

¹⁴ 行列でいえば、エルミート (Hermite) 行列のこと、つまり、行列の各成分の複素共役をとり且つ各成分を転置した行列に等しい行列のことをいう。なお無限次元の場合、即ち非有界線形作用素 H の場合には定義域に注意を払う必要がある。一般に、ヒルベルト空間 [内積から導かれたノルムに関して完備な (即ち、Cauchy 列が収束する) 空間] $\mathcal{H}$ で定義された線形作用素 H が $\mathcal{H}$ において自己共役であるとは、 H の定義域 $\mathcal{D}(H) (\subset \mathcal{H})$ が $\mathcal{H}$ において稠密 (dense) であり、かつ、 H の共役作用素 H^* の定義域 $\mathcal{D}(H^*)$ が $\mathcal{D}(H)$ に一致する : $\mathcal{D}(H^*) = \mathcal{D}(H)$ ときをいう。

¹⁵ 次のタイプの偏微分方程式を指す :

$$w_{tt}(x, t) - \Delta w(x, t) + b(x)w_t = 0.$$

ここで $b(x)w(x, t)$ (但し $b(x) \geq 0$) が摩擦項を表す。

¹⁶ 次のタイプの偏微分方程式を指す :

$$-\Delta u(x) - i\kappa b(x)u(x) - \kappa^2 u(x) = f(x).$$

ここで $\kappa \in \mathbb{C}$ はスペクトルパラメータを表す。

小ささ¹⁷を仮定することにより初めて証明することに成功した。それ以来、摩擦項を伴う波動方程式の解の挙動の研究を、非定常的・定常的な双方の方法によって行ってきた。その途上で大学院修士・博士課程で指導を受けた望月清教授の1つの研究結果に触れる機会を得る。それは、Schrödinger 作用素に対する一様リゾルベント評価¹⁸とその応用としての、関連する方程式 (Schrödinger 方程式や波動方程式、

¹⁷ある十分小さな正定数 ε とある正定数 δ が存在して

$$0 \leq b(x) \leq \varepsilon (1 + |x|)^{-1-\delta}$$

が成り立つという条件。なおこの当時は $N \neq 2$ としてしか証明できなかった。

¹⁸例えばラプラス作用素 $-\Delta$ に対するリゾルベントとは

$$R(\kappa) = (-\Delta - \kappa)^{-1} \quad (\kappa \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R})$$

を指す。波動方程式の場合の定常問題はスペクトルパラメーターが²乗になり、

$$R(\kappa^2) = (-\Delta - \kappa^2)^{-1} \quad (\kappa \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R})$$

がリゾルベントとなる。これらが⁴何故重要なのかといえは、それは、この作用素が⁴ヘルムホルツ方程式 (2) の解を与えるからである。実際、(2) で ω を κ に置き換えた

$$(-\Delta - \kappa^2) u(x) = f(x)$$

の解は形式的に

$$u(x) = (-\Delta - \kappa^2)^{-1} f(x) = R(\kappa^2) f(x) \quad (\Im \kappa > 0 : \kappa \text{ の虚部が正})$$

と表される。なお、 $\Im \kappa > 0$ という条件は、 $R(\kappa^2)$ が⁵、ルベーク (Lebesgue) の意味で 2 乗可積分な関数空間 L^2 において、有界な逆作用素として存在する為の 1 つの十分条件である。

リゾルベント評価とは、リゾルベントを含む評価式で、

$$|\kappa| \|R(\kappa) f\|_X \leq C \|f\|_{X^*}$$

(ここに C は κ に依存し得る或る正定数) というタイプの不等式を指す。ここで X は関数空間 L^2 の真部分集合、 X^* は L^2 に関する X の双対空間であり、

$$X \subset L^2 \subset X^*$$

という包含関係を満たすものである。例えば、 $\delta > 0$ として

$$X = \{f \in L^2 : \|f\|_X < \infty\}, \quad \|f\|_X = \left\{ \int_{\mathbb{R}^N} (1 + |x|)^{1+\delta} |f(x)|^2 dx \right\}^{1/2},$$

但し、

$$\int_{\mathbb{R}^N} f(x) dx = \overbrace{\int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} \cdots \int_{\mathbb{R}}}^{N \text{ 重積分}} f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \cdots dx_N$$

で定義されるものが典型的である ([10] 参照)。

クライン・ゴールドン (Klein-Gordon) 方程式¹⁹⁾の初期値問題或いは斉次ディリクレ (Dirichlet)²⁰⁾外部初期値境界値問題に対するストリッカーツ (Strichartz) 評価²¹⁾や平滑化評価²²⁾であった (望月 [11])。そこで問題となったのは、2次元外部領域の場合が除かれている点であった。それを何とか解決できないだろうかと考えはじめ、望月教授との共同研究という形で証明することに成功した (Mochizuki-Nakazawa (2015, RIMS) [12])。その後、更に、何か論文を書く種はないかと思い、兄弟子である門脇光輝²³⁾氏よりその存在のみは伺っていたローチ・チャン (Roach-Zhang) の論文 [18] を眺めていたところ、1967 年以来進展のなかった上記 [9] の結果の改良

一様リゾルベント評価式とは上のリゾルベント評価と呼ばれる不等式の左辺の $|\kappa|$ という因子がない (従って右辺の正定数 C も κ に依存しない) 場合、即ち、 κ に依存しない正定数 C が存在して

$$\|R(\kappa)f\|_X \leq C\|f\|_{X^*}$$

が成り立つ場合の、この不等式のことを指す。なお『一様』という用語は、この不等式の右辺の正定数が κ に無関係に (κ に依らずに、 κ に関して一様に) とれる (選べる)、というニュアンスを表す。

¹⁹⁾相対性量子論等で現れる

$$w_{tt} - \Delta w + m^2 w = 0$$

というタイプの偏微分方程式。ここに $m \neq 0$ は質量を表す。

²⁰⁾境界上で解が恒等的に 0 という条件 (境界条件) を指す。脚注 10 の境界条件のこと。

²¹⁾ストリッカーツ (R.S. Strichartz) が論文

R.S. Strichartz, Restriction of Fourier Transform to Quadratic Surfaces and Decay of Solutions of Wave Equations, Duke Math. J. 44(1977) (3): pp.705-713

で初めて証明した、Schrödinger 方程式の解の時空間ノルム評価式のことを指す。

²²⁾Schrödinger 方程式等の分散型偏微分方程式 [波の各成分 (振動数) が異なる速度で伝播 (分散) し、振動数が高くなるほど伝播速度が速くなる特性 (異常分散) を持つ偏微分方程式] の、空間に関する滑らかさが初期値のそれよりも増大することを示すノルム評価式のことを指す。この現象は 1983 年の加藤敏夫の論文

On the Cauchy problem for the (generalized) Korteweg-de Vries equation, Studies in applied mathematics, pp.93-128, Adv. Math. Suppl. Stud., 8(1983), Academic Press, New York

において、Kdv 方程式 [コルトヴェーグ (D.J.Korteweg) とドフリース (G.deVries) によって 1895 年に論文

D.J.Korteweg and G.deVries, On the Change of Form of Long Waves Advancing in a Rectangular Canal, and on a New Type of Long Stationary Waves. Phil. Mag.. Series 5 (Taylor & Francis) 39(1895) (240): pp.422-443

において定式化された、浅水波を記述する非線形偏微分方程式]

$$u_t(x, t) + u_{xxx}(x, t) + u(x, t) \cdot u_x(x, t) = 0$$

の初期値問題の解の存在と一意性、解の滑らかさの研究において初めて確立された。

²³⁾当時は、東京都立大学 大学院 理学研究科 数学専攻 研究生、現在は、滋賀県立大学 工学部 機械システム工学科 教授。

可能性に気付いた。彼らの結果は、層状媒質中の波動伝播問題の極限振幅の原理を示したものであったが、その証明は、定常問題に対するエネルギー積分（部分積分）の方法によっていた。我々が [12] で得た結果の証明方法も部分積分の方法であり、全く同じやり方というわけではないが、何かできるのではと思って [18] の証明を follow していくと、定常問題のリゾルベント評価、特に、極限振幅の原理の証明において鍵となる低エネルギー評価が部分積分の方法によって巧妙に証明されていた。我々が [12] で示した方法（一様リゾルベント評価 – これは高エネルギー評価に当たる）の応用可能性に気がつき、彼らの方法を我々の問題に応用することにより、[9] 以来全く進展のなかった摩擦項を伴う波動方程式に対する極限振幅の原理が、3次元全空間のみだけではなく、他の次元でも証明出来ること、更に、斉次 Dirichlet 境界条件を仮した星状な障害物の外部領域における初期値境界値問題の設定であっても証明出来ること、それらへの道筋が得られ、その結果は、Macau で開催された 10th Issac Congress の報告集の中で、望月-中澤 [13] として出版された。この結果は更に一般化され、著者は望月教授と共に、摩擦項のみならず磁場の効果とポテンシャル項といった摂動項をも含めた形での証明を与え、最終的に望月-中澤 [14] として 2024 年に RIMS より出版された。また、つい最近出版された望月-中澤-トゥルーシ [15] では、星型グラフ上の摩擦項及びポテンシャル項を伴う波動方程式に対する極限振幅の原理が証明されている。

3. 主結果

3.1. 考える方程式

領域 ${}^{24}\Omega$ は、 N 次元 Euclid 空間（即ち全空間） $\mathbb{R}^N: \Omega = \mathbb{R}^N$ （但し、 $N \geq 3$ ）か、或いは、滑らかな境界 $\partial\Omega$ をもち、原点に関して星状かつ有界な障害物（ $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^N$ は有界な障害物）の外部領域 $\Omega = \mathbb{R}^N \setminus \mathcal{O}$ （但し、 $N \geq 2$ ）のいずれかとする。以下、 $i = \sqrt{-1}$ を虚数単位とする。考える方程式は次：

$$(3) \quad \begin{cases} w_{tt}(x, t) - Lw(x, t) + b_0(x)w_t(x, t) = g(x)e^{-i\omega t}, & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+, \\ w_x(\cdot, 0) = w_t(x, 0) = 0, & x \in \Omega, \\ w(x, t) = 0, & (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_+, \end{cases}$$

²⁴ $\mathbb{R}^N$ の領域とは連結開集合のこと（[望月 p.1] 参照）。「連結」や「開集合」等も「位相空間論」で学ぶ概念である。例えば、横田一郎 著「群と位相」（裳華房）p.82 の 2 つ目の脚注、p.67、を其々参照。

ここで $L = -\Delta_b + V(x)$ はこの後の §3.3 で厳密な定義が与えられる、自己共役な Schrödinger 作用素である。また、 Δ_b は磁場の効果を考慮したラプラス作用素 (Magnetic Laplacian) であり、その定義は次で与えられる：

$$\Delta_b = \nabla_b \cdot \nabla_b = (\nabla + b(x)) \cdot (\nabla + b(x)) = \sum_{j=1}^N \{ \partial_{x_j} + ib_j(x) \}^2,$$

但し、 $\nabla = (\partial_{x_1}, \partial_{x_2}, \dots, \partial_{x_N})$, $b(x) = (b_1(x), b_2(x), \dots, b_N(x))$ である。ここに、ベクトル $b(x)$ の各成分 $b_j(x)$ ($j = 1, 2, \dots, N$) は滑らかな (即ち何回でも微分可能な) 実数値関数である。また、 $b_0(x)$ は非負の有界連続関数、 $V(x)$ は有界連続な実数値関数、 ω は 0 でない実数、 $g(x)$ はある重み付き L^2 空間 (この直後の §3.2 参照) に属する関数である、と仮定する。

3.2. 記号

主結果を述べるために必要な記号を以下で導入する。まず、空間次元を表す自然数 $N \in \mathbb{N}$, $N \geq 2$ に対して $[N-2]$ を次で定義する：

$$[N-2] = \begin{cases} N-2 & (\text{if } N \geq 3), \\ 1 & (\text{if } N = 2). \end{cases}$$

また $x \in \mathbb{R}^N$ の大きさ $r = |x|$ に対して r の関数 $[r]$ を次で定める：

$$[r] = \begin{cases} r & (\text{if } N \geq 3), \\ r \left(1 + \log \frac{r}{r_0} \right) & (\text{if } N = 2), \end{cases}$$

ここに $r_0 (> 0)$ は次を満たす数：

$$S_{r_0} (\equiv \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| = r_0\}) \subset \mathbb{R}^2 \setminus \Omega.$$

また、回転 (rotation) に対応するベクトル $\nabla \times b(x)$ を次で定める²⁵：

$$\nabla \times b(x) = (\partial_{x_j} b_k(x) - \partial_{x_k} b_j(x))_{j < k}.$$

²⁵物理における回転とは厳密な意味では正負の符号が一致しない成分もあるが、以下の我々の仮定 [例えば §3.3 の (B.V.1) 等] では符号は問題にはならないのでこの記号を用いる。

定理の主張に現れる, 重み付き L^2 空間と呼ばれる関数空間 L_W^2 を次で定める:

$$L_W^2 = \left\{ f \mid \|f\|_W^2 = \int_{\Omega} W(x) |f(x)|^2 dx < \infty \right\},$$

但し, 重み関数 (weight function) $W(x)$ は非負, 即ち, $W(x) \geq 0$ (for any $x \in \Omega$) を満たすものとする。また, この後, 屢々表れる, 別の重み関数 $\mu = \mu(r) \geq 0$ は

$$\mu(\cdot) \in L^1([0, \infty))$$

を満たす滑らかな関数で, μ の r に関する通常の 2 階微分が非負: $\mu'' \geq 0$ を満たすものとする。なお以下では, 次の記号を用いる:

$$\|\mu\|_1 = \int_0^\infty \mu(s) ds.$$

このような関数 μ の具体例としては, 例えば, δ を正の定数として, $(1+r)^{-1-\delta}$ や $(e+r)^{-1} \{\log(e+r)\}^{-1-\delta}$ 等が挙げられる。

3.3. 自己共役作用素 L

次に, 線形作用素 L を次で定める²⁶:

$$L = -\Delta_b + V(x),$$

$$\mathcal{D}(L) = \left\{ u \in L^2(\Omega) \cap H_{\text{loc}}^2(\overline{\Omega}) ; (-\Delta_b + V) u \in L^2(\Omega), u|_{\partial\Omega} = 0 \right\}.$$

但し, 以上において, 次の仮定²⁷をおく:

$$(4) \quad \max \left\{ |\nabla \times b(x)|, |V(x)| \right\} = o(r^{-1}) \quad \text{as } r = |x| \rightarrow \infty.$$

このとき, 上の作用素 L は自己共役となり, L の本質スペクトルは $[0, \infty)$ と一致することが判る。

²⁶ $\mathcal{D}(L)$ は L の定義域 (domain of definition) を表す。また, $H_{\text{loc}}^2(\overline{\Omega})$ とは Ω の境界迄込めた閉集合 $\overline{\Omega}$ の任意の有界閉集合 $K (\subset \overline{\Omega})$ 上で 2 階迄の弱偏導関数が L^2 に属する様な関数空間 (Sobolev 空間) を指す。

²⁷ここに, $o(r^{-1})$ は所謂 Landau の記号である。即ち, $r = |x|$ の関数 $f(r)$, $g(r)$ に対して, $f(r) = o(g(r))$ as $r \rightarrow \infty$ であるとは, $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{f(r)}{g(r)} = 0$ が成り立つことを意味する。

また、より強く、『(UC) : 作用素 $L = -\Delta_b + V(x)$ は一意接続性 (unique continuation property)²⁸ をもつ』という条件を仮せば、 L は正の固有値をもたない、という事も判る (なお、一意接続性の為の 1 つの十分条件としては、「 $b_j \in C^2(\Omega)$ ($j = 1, 2, \dots, N$), $V(x)$ は Ω で Hölder 連続」である)。

更に、(4) の減衰条件を $O(\mu)$ に置き換えた条件²⁹ を仮定すると、 L の連続スペクトルは絶対連続スペクトルとなることが知られている。

3.4. 係数関数に対する仮定その 1

次に、Schrödinger 作用素 L のリゾルベント ${}^{30}R(z) = (L - z^2)^{-1}$ ($z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$) に対する Hölder 連続性を示すために必要となり、主定理の証明にも必要となる、 L に含まれるベクトル値関数の各成分 $b_j(x)$ ($j = 1, 2, \dots, N$) 及び、ポテンシャル関数 $V(x)$ に対する仮定として次を考える：

(B.V.1) : $V(x)$ は $V(x) = V_0(x) + V_1(x)$ と分解可能であり、また、 $\nabla \times b(x)$, $V_0(x)$ は十分小さな正の数 $\varepsilon_0 > 0$ に対して次の不等式を満たす：

$$\left\{ |\nabla \times b(x)|^2 + |V_0(x)|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq \varepsilon_0(1+r)^{-1}\mu(r),$$

但し、 $V_1(x)$ に対しては小ささの仮定は不要だが、ある正定数 $C_1 > 0$ が存在して、全ての $\forall x \in \bar{\Omega}$ に対して、次の不等式が成り立つ：

$$0 \leq V_1(x) \leq C_1\mu(r), \quad -C_1\mu(r) \leq \partial_r\{rV_1(x)\} \leq 0.$$

3.5. 係数関数に対する仮定その 2

次に、摩擦項の係数関数 $b_0(x)$ に対する仮定を述べる。

(B_0) : ある正定数 $C_2 > 0$ が存在して、全ての $\forall x \in \bar{\Omega}$ に対して、次の不等式が成り立つ：

$$0 \leq b_0(x) \leq C_2\xi_1(r) = C_2(1 + [r])^{-2}\mu(r).$$

²⁸即ち、定常 Schrödinger 方程式 $Lu = f$ の解が Ω のある開部分集合上で恒等的に $u = 0$ を満たすならば、実は $u = 0$ が Ω 全体で成り立つ、という事を主張する性質。

²⁹これも Landau の記号であって、 r の関数 $f(r)$, $g(r)$ に対して、 $f(r) = O(g(r))$ as $r \rightarrow \infty$ であるとは、 $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{f(r)}{g(r)}$ が有限確定値となることを意味する。

³⁰p.53, 脚注 18 参照。

3.6. 主結果：極限振幅の原理

以上の準備の下で、我々の主結果である極限振幅の原理は次で与えられる。

定理 1 (UC), (B.V.1), (B_0) を仮定する。関数 $g(x)$ は $g(x) \in L^2_{\xi_1^{-1}}(\Omega)$ を満たす
とすると、 $t \rightarrow +\infty$ で

$$w(x, t) = v(x, \omega + i0)e^{-i\omega t} + o(1) \text{ strongly in } L^2_{\xi_1^{1/2}}(\Omega)$$

が成立する、即ち、

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\|w(\cdot, t) - v(\cdot, \omega + i0)e^{-i\omega t}\|_{L^2_{\xi_1^{1/2}}(\Omega)} \right) = 0$$

が成立する。ここで、 $v(x, \omega + i0) \in L^2_{\xi_1^{1/2}}(\Omega)$ は (1) の定常問題である次の一意解
(但し、 $\kappa = \omega + i0$) である：

$$(5) \quad -\Delta_b v + V(x)v - i\kappa b_0(x)v - \kappa^2 v = g(x), \quad v|_{\partial\Omega} = 0.$$

つまり、物理的には、非定常問題である方程式 (3) の解が時刻無限大で、定常問題である方程式 (5) の解に、関数空間 $L^2_{\xi_1^{1/2}}(\Omega)$ のノルムの意味で近づくことを意味する。

4. 証明のあらすじ

以下では、主定理 (定理 1) の証明の流れを説明する。

[Step 1] まず、 $b_0(x) \equiv 0$ として、自己共役作用素 L に対する評価に必要な、一様リゾルベント評価 (定理 2) と、リゾルベントの Hölder 連続性 (定理 3) の結果を準備する。そのために、次の境界値問題を考える：

$$\begin{cases} -\Delta_b u + V(x)u - \kappa^2 u = f(x) & x \in \Omega, \\ u = 0 & x \in \partial\Omega. \end{cases}$$

定理 3 の証明には [18] の方法が有効となる。これと我々の一様評価 (定理 2) を組み合わせることによって、部分積分の方法のみで L のリゾルベントの Hölder 連続性を導くことが可能となる。

[Step 2] 次に $b_0(x)$ を含むエネルギーに依存する項 $(-i\kappa b_0(x))$ を L の摂動として扱い, 主定理 (定理 1) を導く。

そのために必要な, 作用素 L に含まれる, ベクトル値関数 $b(x)$ の各成分 $b_j(x)$ ($j = 1, 2, \dots, N$) とポテンシャル関数 $V(x)$ に対する (1 つ目の仮定よりも弱い) 次の 2 つ目の仮定を述べる :

(B.V.2) : $V(x)$ は $V(x) = V_0(x) + V_1(x)$ と分解可能であり, 十分小さな正の数 $\varepsilon_0 > 0$ に対して次の不等式が成り立つ :

$$\left\{ |\nabla \times b(x)|^2 + |V_0(x)|^2 \right\}^{1/2} \leq \varepsilon_0 [r]^{-2},$$

ここで, $V_1(x)$ に対しては小ささの仮定は不要だが,

$$V_1(x) \geq 0, \quad \partial_r \{r V_1(x)\} \leq 0 \quad \text{for } \forall x \in \Omega$$

を満たすとする。

4.1. 定理 2 : 一様リゾルベント評価

Schrödinger 作用素 $L = -\Delta + V(x)$ に対する一様リゾルベント評価の結果は次 :

定理 2 (UC), (B.V.2) の下, $u = (L - \kappa^2)^{-1} f$ に対して, 次の (i), (ii) が成立。

(i) $\exists C_3 = C_3(\varepsilon_0) > 0$ s.t. $\forall \kappa \in \mathbb{C}_+$ に対して次の不等式が成り立つ :

$$\int_{\Omega} \frac{(\operatorname{Im} \kappa) r + 1}{4[r]^2} |u|^2 dx - \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} (\nu \cdot x) |\nu \cdot \nabla u|^2 dS \leq C_3 \int_{\Omega} [r]^2 |f|^2 dx,$$

ここに, $\nu = \nu(x)$ は $\partial\Omega$ の単位外法線。

(ii) $\exists C_4 = C_4(\varepsilon_0, \|\mu\|_1) > 0$ s.t. $\forall \kappa \in \mathbb{C}_+$ に対して次の不等式が成り立つ :

$$\int_{\Omega} \mu \{ |\nabla_b u|^2 + |\kappa u|^2 \} dx \leq C_4 \int_{\Omega} \max \{ [r]^2, \mu^{-1} \} |f|^2 dx.$$

4.2. 定理 3 : リゾルベントの Hölder 連続性

以上の仮定の下で, L のリゾルベント $R(\kappa^2) = (L - \kappa^2)^{-1}$ ($\kappa \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$) の Hölder 連続性に関する結果を述べる。

定理 3 (UC), (B.V.1) を仮定する。 $0 < \lambda_1 < \lambda_2$ に対して閉区間 $I = [\lambda_1, \lambda_2]$ とし, また $\nu_0 > 0$ を十分小さな正の数として, 複素平面内の集合 $\Gamma_{\pm}$ を次で定める:

$$\Gamma_{\pm} = \Gamma_{\pm}(I, \nu_0) = \{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re} z \in I, 0 < \pm \operatorname{Im} z \leq \nu_0\}, \quad \bar{\Gamma}_{\pm} = \Gamma_{\pm} \cup I.$$

もしも, $z, z' \in \bar{\Gamma}_{\pm}$ が $|z - z'| < 1$ を満たすとする, ある正の定数 $C_5 > 0$ (z, z' に依らない) が存在して, 次の不等式が成り立つ:

$$\|\{R(z) - R(z')\} f\|_{\xi_1^{\frac{1}{p}}} \leq C_5 \left(1 + |z|^{-\frac{2}{p}}\right) |z - z'|^{\delta} \|f\|_{\xi_1^{-1}},$$

但し, 関数 ξ_1 は $\xi_1(r) \equiv (1 + [r])^{-2} \cdot \mu(r)$ で定義されるものであり, p, q は, $1 > \frac{1}{p} \left(= 1 - \frac{1}{q}\right) > \frac{1}{3}$ を, また, δ は $\delta = 1 - \frac{3}{2q} > 0$ を, 其々満たす数である。

4.3. 主結果 (定理 1) の証明の概略

仮定 (B₀) の下, 各 $g(\cdot) \in L^2(\Omega)$, $\omega \neq 0$ に対して波動方程式 (3) の解の存在はよく知られている:

$$\exists w(x, \cdot) \in C_t^2([0, \infty); L^2(\Omega)) \cap C_t^1([0, \infty); H^1(\Omega)) \cap C_t^0([0, \infty); H^2(\omega)).$$

(eg., M. Ikawa : J. Math. Soc. Japan, 1968)。

さて, $w(x, t)$ の Laplace 変換を $\tilde{w}(x)$ とする:

$$\tilde{w} = \int_0^{\infty} w(x, t) e^{i\kappa t} dt,$$

但し $\kappa \in \overline{\mathbb{C}}_+$. このとき, この $\tilde{w}$ は次の reduced wave equation の解である:

$$\begin{cases} -\Delta_b \tilde{w} + V(x) \tilde{w} - i\kappa b_0(x) \tilde{w} - \kappa^2 \tilde{w} = \frac{g(x)}{i(\kappa - \omega)} & \text{in } \Omega, \\ \tilde{w}|_{\partial\Omega} = 0 & \text{on } \partial\Omega. \end{cases}$$

従って, $v = i(\kappa - \omega) \tilde{w}$ は, 次の方程式

$$\begin{cases} -\Delta_b v + V(x) v - \kappa^2 v - i\kappa b_0(x) v = g(x) & \text{in } \Omega, \\ v = 0 & \text{in } \partial\Omega \end{cases}$$

の解となる。更に, $\tilde{w} = \frac{v}{i(\kappa - \omega)}$ の Laplace 逆変換として, 波動方程式 (3) の解 $w(x, t)$ が

$$(\star) \quad w(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{\tau+i\sigma_0}^{-\tau+i\sigma_0} \frac{v(x, \kappa)}{\kappa - \omega} e^{-i\kappa t} d\kappa,$$

但し, σ_0 は十分大きな正の数, として表現される。従って, 主結果 (定理 1) を示すには, $(\star)$ の表示に基づいて,

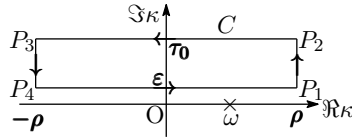
$$w(x, t) \rightarrow v(x) e^{-i\omega t} \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad \text{in } L^2_{\xi_1^{1/2}}$$

となる事を示せば十分。その際, 複素関数 $f(\kappa) \equiv \frac{v(x, \kappa)}{\kappa - \omega}$ の極は正の実軸上 ω の点。それを避けるために実軸から $\varepsilon (> 0)$ だけ浮かした $P_1: \rho + i\varepsilon, P_2: \rho + i\tau_0, P_3: -\rho + i\tau_0, P_4: -\rho + i\varepsilon$ の 4 頂点からなる長方形を囲む閉路 C を考えて, 後で $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限をとることを考える。

まず, Cauchy の積分公式によって,

$$(\star) \quad \oint_C f(\kappa) d\kappa = 0$$

である。但し経路の向きは $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3 \rightarrow P_4 \rightarrow P_1$ とする。



$(\star)$ は次と同値になる :

$$(\star_2) \quad - \int_{\rho+i\tau_0}^{-\rho+i\tau_0} \frac{v(x, \kappa)}{\kappa - \omega} e^{-i\kappa t} d\kappa = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{-\rho}^{\rho} \frac{v(x, \sigma + i\varepsilon) e^{-i(\sigma + i\varepsilon)t}}{\sigma - \omega + i\varepsilon} d\sigma \\ + \int_0^{\tau_0} \left\{ \frac{v(x, \rho + i\tau) e^{-i(\rho + i\tau)t}}{\tau - i(\rho - \omega)} - \frac{v(x, -\rho + i\tau) e^{-i(-\rho + i\tau)t}}{\tau + i(\rho + \omega)} \right\} d\tau.$$

ここで次に注意する :

命題 1 (B_0) の下で, 正定数 C が存在して任意の $\kappa \in \mathbf{C}_+$ に対して次の不等式が成り立つ:

$$(6) \quad \|v(\kappa)\|_{\xi} + |\kappa| \|v\|_{\mu} \leq C \|g\|_{\xi^{-1}}. \quad (7) \quad \|v(\kappa)\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C |\kappa|^{-1/2} \|g\|_{\xi^{-1}}.$$

(7) を用いれば, $\rho \rightarrow \infty$ のとき, $(*)_2$ の右辺第 2 項は $L_{\xi_1^{1/2}}^2$ において 0 に収束することが判る。 ($\because \rho \rightarrow \infty$ であり $\omega \neq 0$ は 1 つ固定して考えているので, $\rho > 2|\omega|$ と仮定してよい。このとき $|\rho - \omega| > |\omega|$ と評価できる。また $|\rho + i\tau| > |\rho|$ と評価すれば,

$$\begin{aligned} & \left\| \int_0^{\tau_0} \frac{v(x, \rho + i\tau) e^{-i(\rho + i\tau)t}}{\tau - i(\rho - \omega)} e^{-i(\rho + i\tau)t} d\tau \right\|_{\xi_1^{1/2}} \\ & \leq \int_0^{\tau_0} \frac{\|v(\cdot, \rho + i\tau)\|_{\xi_1^{1/2}}}{|\rho - \omega|} e^{\tau t} d\tau \leq C \tau_0 e^{\tau_0 t} |\omega|^{-1} |\rho|^{-1/2} \end{aligned}$$

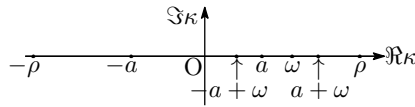
と評価できること等に注意すればよい。) 従って, $(*)_2$ から, 次を得る:

$$w(x, t) = -\frac{1}{2\pi i} \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_{-\rho}^{\rho} \frac{v(x, \sigma + i\varepsilon) e^{-i(\sigma + i\varepsilon)t}}{\sigma - \omega + i\varepsilon} d\sigma.$$

ここで, 十分小さな定数 $a \in \mathbb{R}$ を, $0 < a < |\omega|$ のように選んで固定する。

次に, 右辺の $[-\rho, \rho]$ 上の積分を, $[-\rho, -a + \omega]$, $[-a + \omega, a + \omega]$, $[a + \omega, \rho]$ 上の積分の和として表す。

$\omega > 0$ の場合の図



$[-\rho, -a + \omega]$ 上と $[a + \omega, \rho]$ 上の積分は一纏めとし, $[-a + \omega, a + \omega]$ 上の積分で

は $v(x, \sigma + i\varepsilon)$ に $v(x, \omega + i\varepsilon)$ を足して引くと,

$$\begin{aligned}
 & -w(x, t) \\
 &= \frac{1}{2\pi i} \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{-a+\omega}^{a+\omega} \frac{\{v(x, \sigma + i\varepsilon) - v(x, \omega + i\varepsilon)\} e^{(\varepsilon - i\sigma)t}}{\sigma - \omega + i\varepsilon} d\sigma \\
 &+ \frac{1}{2\pi i} \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \left\{ \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left(\int_{-\rho}^{-a+\omega} + \int_{a+\omega}^{\rho} \right) \frac{v(x, \sigma + i\varepsilon) e^{(\varepsilon - i\sigma)t}}{\sigma - \omega + i\varepsilon} d\sigma \right\} \\
 &+ \frac{1}{2\pi i} \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \left\{ v(x, \omega + i\varepsilon) e^{(\varepsilon - i\omega)t} \int_{-a}^a \frac{e^{-i\sigma t}}{\sigma + i\varepsilon} d\sigma \right\} \\
 &= I_1 + I_2 + I_3 \quad \cdots \quad (\star_3)
 \end{aligned}$$

を得る。ここで, I_1 は積分区間に ω を含む項 (ここに Hölder 連続性の評価である定理 3 の結果が要る), I_2 は積分区間に ω を含まない項 (ここに一様リゾルベント評価である定理 2 の結果が要る) である。

命題 1 の (7) 式によって, $t \rightarrow +\infty$ のとき I_2 の被積分関数で $L^2_{\xi_1^{1/2}}$ のノルムをとったものは σ の関数として L^1 となる。従って, Riemann-Lebesgue の定理が使えて I_2 は $t \rightarrow +\infty$ としたときに $L^2_{\xi_1^{1/2}}$ の意味で 0 に強収束することが判る。

実際, $s = \sigma - \omega$ と置けば, I_2 の被積分関数の, s の関数としての積分は積分区間が $[-\rho, -a]$, $[a, \rho]$ 上の積分になり, これらの積分区間には原点は含まれない。従って s の関数としての遠方での可積分性のみが問題となる。ところが命題 1 (7) の不等式を用いれば, 次が成り立つ:

$$\left\| \frac{v(\cdot, \sigma + i\varepsilon)}{\sigma - \omega + i\varepsilon} \right\|_{\xi_1^{1/2}} = \left\| \frac{v(\cdot, s + \omega + i\varepsilon)}{s + i\varepsilon} \right\|_{\xi_1^{1/2}} = O(s^{-3/2}) \quad \text{as } s \rightarrow +\infty$$

また I_1 に関しては次の命題を用いる:

命題 2 仮定 (B₀) の下で, 正定数 $C = C(\Gamma_{\pm})$ が存在して次が成り立つ:

$$\|v(\kappa) - v(\kappa')\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C(\Gamma_{\pm}) |\kappa - \kappa'|^{1/4} \|g\|_{\xi_1^{-1}}.$$

これを用いると, $s = \sigma - \omega$ の関数としては $[-a, a]$ 上の積分となる I_1 の被積分関

数の可積分性も得られる：

$$\left\| \frac{v(\cdot, \sigma + i\varepsilon) - v(\cdot, \omega + i\varepsilon)}{\sigma - \omega + i\varepsilon} \right\|_{\xi_1^{1/2}} = O\left(s^{-3/4}\right) \quad \text{as } s \rightarrow 0$$

以上の結果から、Riemann-Lebesgue の定理によって、 $\|I_1\|_{\xi_1^{1/2}}, \|I_2\|_{\xi_1^{1/2}} \rightarrow 0$ as $t \rightarrow +\infty$ が判る。最後に、 I_3 を考える。Euler の関係式、偶関数・奇関数の性質に注意すれば、 I_3 の極限部分は

$$\begin{aligned} & \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{-a}^a \frac{e^{-i\sigma t}}{\sigma + i\varepsilon} d\sigma \\ &= \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{-a}^a \frac{\sigma \cos(\sigma t) - \varepsilon \sin(\varepsilon t)}{\sigma^2 + \varepsilon^2} d\sigma - i \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{-a}^a \frac{\sigma \sin(\sigma t) + \varepsilon \cos(\sigma t)}{\sigma^2 + \varepsilon^2} d\sigma \\ &= -2i \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_0^a \frac{\sigma \sin(\sigma t) + \varepsilon \cos(\sigma t)}{\sigma^2 + \varepsilon^2} d\sigma = -2i \left\{ \int_0^a \frac{\sin(\sigma t)}{\sigma} d\sigma + \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^2 + 1} d\sigma \right\} \\ &\rightarrow -2i \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = -2\pi i \quad \text{as } t \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

となる。以上の事実と $(\star_3)$ の表示によって、 $t \rightarrow +\infty$ とすると、 $L_{\xi_1^{1/2}}^2$ の意味で、

$$\begin{aligned} -w(x, t) &\rightarrow \frac{1}{2\pi i} (-2\pi i) v(x, \omega + i0) e^{-i\omega t} = -v(x, \omega + i0) e^{-i\omega t} \\ \Leftrightarrow w(x, t) &\rightarrow v(x, \omega + i0) e^{-i\omega t} \end{aligned}$$

を得る。【主結果 (定理 1) の証明終】

4.4. 命題 1 の証明の準備

$v = v(x, \kappa)$ を次の定常問題の解とする：

$$(8) \quad \begin{cases} -\Delta_b v + V(x)v - \kappa^2 v - i\kappa b_0(x)v = g(x) & \text{in } \Omega, \\ v = 0 & \text{in } \partial\Omega \end{cases}$$

(B_0) を仮定すると、 $b_0(x) \geq 0$ であるから、 $a(x) = \sqrt{b_0(x)}$ として $\forall f \in L^2(\Omega)$ に対して、作用素 A を

$$Af = a(x) \cdot f(x)$$

で定める。また (8) の解 v に A を作用させたものを ϕ と定める：

$$\phi = Av, \quad \text{但し } v \text{ は (8) の解。}$$

このとき, (8) は次の (9) と同値であることに注意する：

$$(9) \quad [I - i\kappa AR(\kappa^2) A] \phi = AR(\kappa^2) g.$$

【(9) の証明】 $\Im \kappa > 0$ として, $L = -\Delta_b + V(x)$, $R(\kappa^2) = (L - \kappa^2)^{-1}$ であつたから,

$$(8) \Leftrightarrow (L - \kappa^2) v - i\kappa A^2 v = g \cdots (*)$$

となり, この両辺に $R(\kappa^2)$ を左から作用させれば

$$(*) \Leftrightarrow v - i\kappa R(\kappa^2) A^2 v = R(\kappa^2) g$$

を得る。更にこの両辺に左から A を作用させれば (9) を得る。【(9) の証明終】

逆に ϕ を (9) の解とするとき, (8) の解は

$$(10) \quad v = i\kappa R(\kappa^2) A\phi + R(\kappa^2) g$$

で与えられる。

【(10) の証明】 (10) の右辺を h と置く：

$$h = i\kappa R(\kappa^2) A\phi + R(\kappa^2) g.$$

この両辺に左から $(L - \kappa^2)$ を作用させれば

$$(L - \kappa^2) h = i\kappa A\phi + g \cdots (*)$$

を得る。この右辺第 1 項に関しては, (9) から得られる関係式

$$\phi = i\kappa AR(\kappa^2) A\phi + AR(\kappa^2) g$$

を用いれば,

$$\begin{aligned} i\kappa A\phi &= i\kappa A \{ i\kappa AR(\kappa^2) A\phi + AR(\kappa^2) g \} \\ &= -i\kappa A^2 \{ i\kappa R(\kappa^2) A\phi + R(\kappa^2) g \} = -i\kappa b_0(x) h \end{aligned}$$

となるから,

$$\begin{aligned}(\star) &\Leftrightarrow (L - \kappa^2)h = i\kappa b_0(x)h + g \\ &\Leftrightarrow -\Delta_b h + V(x)h - \kappa^2 h - i\kappa b_0(x)h = g\end{aligned}$$

となり, h は (8) の解である。即ち $v = h$ が示された。【(10) の証明終】

ここで次に注意する：

補題 1 (cf., [9], (3.15) in Lemma 3.4) $AR(\kappa^2)A$ は $L^2(\Omega)$ におけるコンパクト作用素であり, 各 $\kappa = -\sigma + i\tau$ ($\tau \geq 0$) と任意の $f \in L^2(\Omega)$ に対して, 次が成立：

$$\Re[-i\kappa (AR(\kappa^2)Af, f)] \geq 0.$$

【補題 1 の証明】コンパクト性の主張は, $A = \xi(r)^{1/2}O(r^{-1/2})$ as $r \rightarrow \infty$ であることと, Rellich の定理から明らか。

不等式の成立に関しては, 自己共役作用素 $L = -\Delta_b + V(x)$ のスペクトル測度 $E(\lambda)$ を用いて考える。まず, (i) $\tau > 0$ の場合,

$$\begin{aligned}&\Re[-i\kappa (R(\kappa^2)Af, Af)] \\ &= \Re\left\{\int_0^\infty \frac{-i(-\sigma + i\tau)}{\lambda - (-\sigma + i\tau)^2} \frac{d}{d\lambda} (E(\lambda)Af, Af) d\lambda\right\} \\ &= \int_0^\infty \frac{(\lambda + \sigma^2 + \tau^2)\tau}{(\lambda - \sigma^2 + \tau^2)^2 + (2\tau\sigma)^2} \frac{d}{d\lambda} (E(\lambda)Af, Af) d\lambda \geq 0. \quad \square\end{aligned}$$

一方, (ii) $\tau \rightarrow 0$ の場合,

$$\begin{aligned}&\lim_{\tau \downarrow 0} \Re[-i\kappa (R(\kappa^2)Af, Af)] \\ &= -\frac{|\sigma|}{2i} (\{R(\sigma^2 - i0) - R(\sigma^2 + i0)\}Af, Af) \\ &= \pi|\sigma| \frac{d}{d\lambda} (E(\lambda)Af, Af)|_{\lambda=\sigma^2} \geq 0\end{aligned}$$

となる。【補題 1 の証明終】

この結果より特に, (8) と同値な (9) 式の解 $\phi = \phi(x, \kappa)$ が $L^2(\Omega)$ に存在することが判る。更に, この解の評価として次の結果が成り立つ：

補題 2 (B₀) の仮定の下, κ に依らない正定数 C が存在して, 各 $\kappa \in \mathbb{C}_+$ に対して次が成り立つ:

$$\|\phi(\kappa)\| \leq C(1 + |\kappa|)^{-1} \|g\|_{\xi^{-1}}.$$

【補題 2 の証明】 (9) の両辺に $\bar{\phi}$ を乗じて Ω で積分し, 実部をとれば

$$\|\phi\|^2 + \Re[-i\kappa (AR(\kappa^2) A\phi, \phi)] = (AR(\kappa^2) g, \phi)$$

を得る。この左辺第 2 項は 補題 1 により非負として落とせるから, この等式より次を得る:

$$\|\phi\| \leq \|AR(\kappa^2) g\|.$$

仮定 (B₀) により, $b_0(x) = A^2 \leq C_1 \xi(r) \leq C_2 \mu(r)$ (C_1, C_2 は κ に無関係) が成立し, $u = R(\kappa^2) g$ とおけば u は $(L - \kappa^2) u = g$ の解であるから, κ に無関係な正定数 C_3 が存在して

$$(\text{上式右辺}) = \|Au\| \leq C_3 \|u\|_{\xi}$$

となる。ここで, 定理 1 によれば, κ に依らない正定数 C_4 が存在して

$$(1 + |\kappa|) \|u\|_{\xi} \leq C_4 \|g\|_{\xi^{-1}}$$

が成り立つ。この 2 式から望む結果を得る。【補題 2 の証明終】

4.5. 命題 1 の証明

以下, 命題 1 の証明を行う。まず, 補題 1 の証明の直前で, 定常問題 (8) の解が, (9) の解 ϕ を用いて, (10) で与えられることを見た。この式を元に評価していく。

【注意】 $\varphi = Av$ であったから, (10) は v に関する積分方程式である。

まず上の v の表示 (10) によって,

$$\begin{aligned} \|v\|_{\xi} + |\kappa| \|v\|_{\mu} &\leq |\kappa| \|R(\kappa^2) A\phi\|_{\xi} + \|R(\kappa^2) g\|_{\xi} \\ &+ |\kappa| \left\{ |\kappa| \|R(\kappa^2) A\phi\|_{\mu} + \|R(\kappa^2) g\|_{\mu} \right\} = (*) \end{aligned}$$

となるが, 定理 3 と仮定 (B₀) により, $A^2 = b_0(x) \leq C\xi(r) \cdot \mu(r)$ が成り立つこと

に注意すれば、次の 4 つの不等式が成り立つことが判る：

$$\|R(\kappa^2) A\phi\|_{\xi}^2 \leq C_1 \|A\phi\|_{\xi^{-1}} = C_1 \|\phi\|_{\mu} \leq C_2 \|\phi\|,$$

$$\|R(\kappa^2) g\|_{\xi} \leq C_1 \|g\|_{\xi^{-1}},$$

$$|\kappa| \|R(\kappa^2) A\phi\|_{\mu} \leq C_3 \|A\phi\|_{\xi^{-1}} \leq C_4 \|\phi\|,$$

$$|\kappa| \|R(\kappa^2) g\|_{\mu} \leq C_3 \|g\|_{\xi^{-1}}$$

なお、これら 4 つの不等式は自己共役な Schrodinger 作用素 L に対する一様リゾルベント評価、及び、通常のリゾルベント評価に当たる。これらの評価に補題 2 の結果を用いれば、命題 1 の主張の中の (6) を得る：

$$(*) \leq C_2 |\kappa| \|\phi\| + C_1 \|g\|_{\xi^{-1}} + C_4 |\kappa| \|\phi\| + C_3 \|g\|_{\xi^{-1}} \leq C \|g\|_{\xi^{-1}}.$$

次に、(7) について。まず、 $\xi_1 = \xi \cdot \mu$ であるから Schwarz によって

$$(11) \quad \|u\|_{\xi_1^{1/2}}^2 \leq \|u\|_{\xi} \cdot \|u\|_{\mu}$$

が任意の $u \in L_{\mu}^2 \subset L_{\xi_1^{1/2}}^2$ に対して成り立つ。この不等式 (11) と、いま示した命題 1 の不等式 (6) によって、

$$\|v\|_{\xi_1^{1/2}} \leq \|v\|_{\xi}^{1/2} \cdot \|v\|_{\mu}^{1/2} \leq C \|g\|_{\xi^{-1}}^{1/2} \cdot C |\kappa|^{-1/2} \|g\|_{\xi^{-1}}^{1/2} = C' |\kappa|^{-1/2} \|g\|_{\xi^{-1}}$$

となり、命題 1 の不等式 (7) も示された。【命題 1 の証明終】

4.6. 命題 2 の証明

命題 1 の証明の元になった、定常問題と同値な (8) の解 v の表示 (10) によれば、まず次の等式の成立が判る：

$$(*) \quad \begin{cases} v(\kappa) - v(\kappa') \\ = i\kappa R(\kappa^2) A\{\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\} + i(\kappa - \kappa') R(\kappa^2) A\phi(\kappa) \\ + i\kappa' \{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} A\phi(\kappa') + \{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} g. \end{cases}$$

この表示に基づいて、

$$\|v(\kappa) - v(\kappa')\|_{\xi_1^{1/2}}$$

(70)

の評価を導く。まず, (*) の右辺第 4 項は, 定理 3 で $p = q = 2$, 従って $\delta = \frac{1}{4}$ と選べば,

$$\|\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\}g\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C_5(\Gamma_{\pm}) \left(1 + |\kappa^2|^{-1}\right) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi_1^{-1}}$$

となるから,

$$C'_5(\Gamma_{\pm}) = C_5(\Gamma_{\pm}) \left(1 + |\kappa^2|^{-1}\right)$$

とおけば, 上の不等式は

$$\|\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\}g\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C'_5(\Gamma_{\pm}) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi_1^{-1}} \cdots \textcircled{1}$$

を意味する。次に, (*) の右辺第 3 項についても同様に, 定理 3 で $p = q = 2$, $\delta = \frac{1}{4}$ と選べば

$$\begin{aligned} & |\kappa'| \|\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\}A\phi(\kappa')\|_{\xi_1^{1/2}} \\ & \leq C_5(\Gamma_{\pm}) |\kappa'| \left(1 + |\kappa^2|^{-1}\right) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|A\phi(\kappa')\|_{\xi_1^{-1}} \end{aligned}$$

となる。ここで, 仮定 (B₀) と作用素 A の定義によって,

$$A^2 = b_0(x) \leq C\xi_1$$

が成り立っているから, 補題 2 も用いれば,

$$\|A\phi(\kappa')\|_{\xi_1^{-1}}^2 = \int \xi_1^{-1} \cdot A^2 |\phi(\kappa')|^2 dx \leq C \|\phi(\kappa')\|^2 \leq C'(1 + |\kappa'|)^{-1} \|g\|_{\xi^{-1}}$$

が成り立つことに注意する。そこで,

$$C''_5(\Gamma_{\pm}) = \sqrt{C} \cdot C_5(\Gamma_{\pm}) |\kappa'| \left(1 + |\kappa^2|^{-1}\right) (1 + |\kappa'|)^{-1}$$

と置けば, 上の不等式は

$$|\kappa'| \|\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\}A\phi(\kappa')\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C''_5(\Gamma_{\pm}) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi^{-1}} \cdots \textcircled{ii}$$

を意味する。

次に, (*) の右辺第 2 項に関しては, まず不等式 (11) (或いは, $\xi_1 \leq \xi \cdot \mu \leq {}^3C\mu^2$) を用いて

$$|\kappa - \kappa'| \|R(\kappa^2) A\phi(\kappa)\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C |\kappa - \kappa'| \|R(\kappa^2) A\phi(\kappa)\|_{\mu} = (**)$$

となる。ここで 定理 2 (ii) (L に対する通常のリゾルベント評価) を用いれば,

$$(**) \leq C \cdot \sqrt{C_4} |\kappa - \kappa'| |\kappa|^{-\frac{1}{2}} \|A\phi(\kappa)\|_{\mu^{-1}} = (*_2)$$

を得る。ところで先に見たのと同様,

$$(12) \quad \|A\phi(\kappa)\|_{\mu^{-1}} \leq C' \|\phi(\kappa)\|$$

が成り立つことが判るから,

$$(*_2) \leq C \cdot C' \sqrt{C_4} |\kappa|^{-\frac{1}{2}} |\kappa - \kappa'| \|\phi(\kappa)\| = (*_3)$$

となる。ここに 補題 2 を用いれば (補題 2 で現れる定数を C'' と表して),

$$(*_3) \leq C \cdot C' \cdot C'' \sqrt{C_4} |\kappa|^{-\frac{1}{2}} |\kappa - \kappa'| (1 + |\kappa|)^{-1} \|g\|_{\xi^{-1}}$$

となる。そこで

$$C(\Gamma_{\pm}) = C \cdot C' \cdot C'' \sqrt{C_4} |\kappa|^{-\frac{1}{2}} (1 + |\kappa|)^{-1}$$

と置けば, これ迄の議論を纏めて次を得る :

$$|\kappa - \kappa'| \|R(\kappa^2) A\phi(\kappa)\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C(\Gamma_{\pm}) |\kappa - \kappa'|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi^{-1}} \cdots \textcircled{iii}$$

最後に, (*) の右辺第 1 項に関して。まず, 不等式 (11) と 定理 1 (ii), 及び 不等式 (12) によって,

$$(13) \quad \begin{cases} |\kappa| \|R(\kappa^2) A\{\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\}\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C |\kappa| \|R(\kappa^2) A\{\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\}\|_{\mu} \\ \leq C |\kappa| \cdot |\kappa|^{-\frac{1}{2}} \|A\{\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\}\|_{\mu^{-1}} \leq C |\kappa|^{\frac{1}{2}} \|\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\| \end{cases}$$

が判る。次に, (*) の両辺に左から A を作用させて $\overline{\phi(\kappa) - \phi(\kappa')}$ を乗じて Ω で積分して実部をとると ($\phi = Av$ に注意),

$$\begin{aligned} & \|\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\|^2 \\ &= \Re \{ i\kappa (AR(\kappa^2) A\{\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\}, \phi(\kappa) - \phi(\kappa'))_{L^2} \} \\ &+ \Re \{ i(\kappa - \kappa') (AR(\kappa^2) A\phi(\kappa), \phi(\kappa) - \phi(\kappa'))_{L^2} \} \\ &+ \Re \{ i\kappa' (A\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} A\phi(\kappa'), \phi(\kappa) - \phi(\kappa'))_{L^2} \} \\ &+ \Re \{ (A\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} g, \phi(\kappa) - \phi(\kappa'))_{L^2} \} \end{aligned}$$

となる。ここで, 補題 1 に注意すれば, 上式右辺第 1 項は非正として落とし, また右辺第 2・3・4 項は Schwarz を用いて評価し, その後 $\|\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\|$ で割れば次を得る:

$$(*)_2 \left\{ \begin{aligned} & \|\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\| \leq |\kappa - \kappa'| \|AR(\kappa^2) A\phi(\kappa)\| \\ & + |\kappa'| \|A\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} A\phi(\kappa')\| + \|A\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} g\|. \end{aligned} \right.$$

ところで, 仮定 (B₀) と作用素 A の定義によって, $A^2 = b_0(x) \leq {}^3C\xi_1 = C\xi \cdot \mu$ であり, ξ 及び μ の定義により $\xi \leq {}^3C\mu$ であるから $A^2 \leq {}^3C\xi_1^{\frac{1}{2}}$ が成り立つことに注意すれば,

$$(14) \quad \|Af\|^2 = \int A^2 |f|^2 dx \leq C \int \xi_1^{\frac{1}{2}} |f|^2 dx = C \|f\|_{\xi_1^{\frac{1}{2}}}^2$$

が成り立つことが判る。これを用いれば, まず $(*)_2$ の右辺第 3 項は,

$$\|A\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} g\| \leq C \|\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} g\|_{\xi_1^{\frac{1}{2}}}$$

となり, ここに ① を用いれば, 結局,

$$\|A\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} g\| \leq C (\Gamma_{\pm}) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi^{-1}} \cdots \textcircled{iv}$$

を得る。次に $(*)_2$ の右辺第 2 項も, まず (14) を用い, その後 ② を用いれば,

$$\begin{aligned} & |\kappa'| \|A\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} A\phi(\kappa')\| \\ & \leq C |\kappa'| \|\{R(\kappa^2) - R(\kappa'^2)\} A\phi(\kappa')\|_{\xi_1^{\frac{1}{2}}} \leq C_4'' (\Gamma_{\pm}) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi^{-1}} \cdots \textcircled{v} \end{aligned}$$

を得る。最後に、 $(\star_2)$ の右辺第 1 項は、(14), ⑥iii を用いて

$$\begin{aligned} & |\kappa - \kappa'| \|AR(\kappa^2) A\phi(\kappa)\| \\ & \leq C |\kappa - \kappa'| \|R(\kappa^2) A\phi(\kappa)\|_{\xi^{\frac{1}{2}}} \leq C(\Gamma_{\pm}) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi_1^{-1}} \cdots \textcircled{vi} \end{aligned}$$

となる。以上、⑥iv $\sim$ ⑥vi を $(\star_2)$ の右辺に用い、 $\xi_1 \leq C\xi$ に注意すれば、

$$(15) \quad \|\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\| \leq C(\Gamma_{\pm}) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi_1^{-1}}$$

を得る。これを (13) に用いれば、次が判る：

$$|\kappa| \|R(\kappa^2) A\{\phi(\kappa) - \phi(\kappa')\}\|_{\xi_1^{1/2}} \leq C(\Gamma_{\pm}) |\kappa^2 - \kappa'^2|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi_1^{-1}} \cdots \textcircled{vii}$$

以上、① $\sim$ ⑥iii と ⑥vii の評価を $(*)$ に用い、また

$$|\kappa^2 - \kappa'^2| \leq C(\Gamma_{\pm}) |\kappa - \kappa'|$$

と評価できることに注意すれば、

$$\|v(\kappa) - v(\kappa')\|_{\xi_1^{\frac{1}{2}}} \leq C(\Gamma_{\pm}) |\kappa - \kappa'|^{\frac{1}{4}} \|g\|_{\xi_1^{-1}}$$

となり、命題 2 の不等式を得る。【命題 2 の証明終】

4.7. 定理 3 の証明

証明には次の命題が要る：

命題 3 (cf., Roach-Zhang) $(1 + |\cdot|) f(\cdot), (1 + |\cdot|) g(\cdot) \in L_{\mu^{-1}}^2(\Omega)$ とするとき次が成り立つ：

$$\begin{aligned} \left| \kappa^2 \int_{\Omega} u \bar{v} dx \right| & \leq C \left\{ \left(1 + |\kappa|^{-2}\right) \|f\|_{\xi^{-1}} + \|rf\|_{\mu^{-1}} \right\} \|g\|_{\xi^{-1}} \\ & + C \left\{ \left(1 + |\kappa|^{-2}\right) \|g\|_{\xi^{-1}} + \|rg\|_{\mu^{-1}} \right\} \|f\|_{\xi^{-1}}. \end{aligned}$$

以下では、これを認めて 定理 3 の証明の概略を与える。命題 3 の証明の概略はその後に与える。

(74)

定理 3 の証明は $z, z' \in \bar{\Gamma}_+$ の場合のみに示せば十分である。リゾルベント方程式

$$R(z) - R(z') = (z - z')R(z)R(z')$$

から $\frac{dR(z)f}{dz} = R(z)\{R(z)f\}$ が $L^2(\Omega)$ で成り立つことが判る。これより,

$$\left(\frac{dR(z)f}{dz}, \bar{g} \right) = (R(z)f, \overline{R(z)g}) = \int_{\Omega} uv dx,$$

を得る。ここで、命題 3 を $z = \kappa^2$ として用いれば、次を得る：

$$(\star_3) \quad \begin{cases} \left| \left(\frac{dR(z)f}{dz}, \bar{g} \right) \right| \\ \leq C|z|^{-1} \left\{ (1 + |z|^{-1}) \|f\|_{\xi^{-1}} + \|rf\|_{\mu^{-1}} \right\} \|g\|_{\xi^{-1}} \\ + C|z|^{-1} \left\{ (1 + |z|^{-1}) \|g\|_{\xi^{-1}} + \|rg\|_{\mu^{-1}} \right\} \|f\|_{\xi^{-1}}. \end{cases}$$

($\star_3$) で特に $g = \xi_1 \frac{dR(z)f}{dz}$ と選ぶ。 $\xi_1 = \xi \cdot \mu$ により特に $(1+r)^2 \mu^{-1} \leq \xi_1^{-1}$ が成り立ち、従って、

$$\|rf\|_{\mu^{-1}} \leq C\|f\|_{\mu^{-1}}, \quad \|g\|_{\xi^{-1}} \leq C \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\|_{\xi_1}, \quad \|rg\|_{\mu^{-1}} \leq C \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\|_{\xi_1}$$

が成り立つ。更に $z \in \bar{\Gamma}_{\pm}$ により

$$|z|^{-1} (1 + |z|^{-1}) \leq {}^3 C (1 + |z|^{-2})$$

が成り立つことに注意すれば、次を得る：

$$(16) \quad \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\|_{\xi_1} \leq C (1 + |z|^{-2}) \|f\|_{\xi_1^{-1}}.$$

さて $L = -\Delta_b + V(x)$ は自己共役であるから、 $(L - z)u = f$ の両辺に $\bar{u}$ を乗じて Ω 上積分し、虚部をとれば、 $\Im(Lu, u)_{L^2} = 0$ であり、従って、

$$(\star_4) \quad (\Im z) \|R(z)f\|^2 = -\Im \{(f, R(z)f)_{L^2}\}$$

を得る。この関係を 2 度用いると、次が判る：

$$(17) \quad \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\| \leq C (\Im z)^{-3/2} \|f\|_{\xi^{-1}}.$$

【(17) の証明】 $(\star_4)$ において f を $R(z)f$ と思うと

$$\begin{aligned} (\Im z) \|R(z)^2 f\|^2 &= -\Im \{ (R(z)f, R(z)^2 f) \} \\ \Leftrightarrow (\Im z) \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\|^2 &= -\Im \left\{ \left(R(z)f, \frac{dR(z)f}{dz} \right) \right\} \end{aligned}$$

が判る。この右辺に Schwarz を用いれば、次を得る：

$$(\Im z) \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\|^2 \leq \|R(z)f\| \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\|,$$

これより、

$$(\star_5) \quad \left\| \frac{dR(z)f}{dz} \right\| \leq (\Im z)^{-1} \|R(z)f\|$$

を得る。ところでもう一度 $(\star_4)$ 及び Schwarz を用いると、

$$\|R(z)f\| \leq (\Im z)^{-\frac{1}{2}} \left(\|f\|_{\xi^{-1}} \|R(z)f\|_{\xi} \right)^{\frac{1}{2}}$$

となる。さて、定理 2 (i) (L に対する一様リゾルベント評価) によって

$$\|R(z)f\|_{\xi} \leq \|f\|_{\xi^{-1}}$$

であるから、これら 2 式より次を得る：

$$(\star_6) \quad \|R(z)f\| \leq (\Im z)^{-\frac{1}{2}} \|f\|_{\xi^{-1}}$$

$(\star_5)$ に $(\star_6)$ を用いれば (17) を得る。【(17) の証明終】

さて、Hölder の不等式 を $1 > 1/p = 1 - 1/q > 1/3$ として用い、(16), (17) を用いれば、次を得る：

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} & \int_{\Omega} \xi_1^{\frac{1}{p}} \left| \frac{dR(z)f}{dz} \right|^2 dx = \int_{\Omega} \xi_1^{\frac{1}{p}} \left| \frac{dR(z)f}{dz} \right|^{\frac{2}{p}} \cdot \left| \frac{dR(z)f}{dz} \right|^{\frac{2}{q}} dx \\ & \leq \left(\int_{\Omega} \xi_1 \left| \frac{dR(z)f}{dz} \right|^2 dx \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_{\Omega} \left| \frac{dR(z)f}{dz} \right|^2 dx \right)^{\frac{1}{q}} \\ & \leq C \left\{ (1 + |z|^{-2}) \|f\|_{\xi_1^{-1}} \right\}^{\frac{2}{p}} \left\{ (\Im z)^{-\frac{3}{2}} \|f\|_{\xi_1^{-1}} \right\}^{\frac{2}{q}} \\ & \leq \left\{ C \left(1 + |z|^{-\frac{2}{p}} \right) (\Im z)^{-\frac{3}{2q}} \|f\|_{\xi_1^{-1}} \right\}^2. \end{aligned} \right.$$

そこで、 $z = \lambda + i\varepsilon$, $z' = \lambda' + i\varepsilon'$ とする。 $\tilde{z} = \lambda + i\tau$, $\tilde{z}' = \lambda' + i\tau$, 但し $\tau = \max\{\varepsilon, \varepsilon', |\lambda - \lambda'|\}$, として関係式

$$R(z) - R(z') = \{R(z) - R(\tilde{z})\} + \{R(\tilde{z}) - R(\tilde{z}')\} + \{R(\tilde{z}') - R(z')\}$$

を用いれば、(18) によって、

$$\begin{aligned} & \left\| \{R(z) - R(z')\} f \right\|_{\xi_1^{1/p}} \\ & \leq C |\varepsilon - \tau| \left\| \frac{dR(\tilde{z})f}{d\tau} \right\|_{\xi_1^{\frac{1}{p}}} + C |\lambda - \lambda'| \left\| \frac{dR(\tilde{z})f}{d\lambda} \right\|_{\xi_1^{\frac{1}{p}}} + C |\tau - \varepsilon'| \left\| \frac{dR(\tilde{z}')f}{d\tau} \right\|_{\xi_1^{\frac{1}{p}}} \\ & \leq C \left(1 + |z|^{-\frac{2}{p}} \right) \tau (\Im \tilde{z})^{-\frac{3}{2}q} \|f\|_{\xi_1^{-1}} \leq C \left(1 + |z|^{-\frac{2}{p}} \right) |z - z'|^\delta \|f\|_{\xi_1^{-1}} \end{aligned}$$

(但し $\delta = 1 - \frac{3}{2}q$) を得る。【定理 3 の証明終】

4.8. 命題 3 の証明

これは [18] の方法による。即ち、任意の $f, g \in L^2(\Omega)$ に対して、 $u = R(\kappa^2) f$, $v = R(\bar{\kappa}^2) g$ とする。ここで $\bar{v} = R(\kappa^2) \bar{g}$ であることに注意する。いま φ をある r の関数として、次を考える：

$$J = \Delta_b u (\varphi \tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v}) + \overline{\Delta_b v} (\varphi \tilde{x} \cdot \nabla_b u),$$

但し, $\tilde{x} = \frac{x}{r}$ であった。発散形式を作っていくと, まず次を得る:

$$\begin{aligned}
 J = & \nabla \cdot \left\{ \nabla_b u \left(\varphi \tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v} \right) + \overline{\nabla_b v} \left(\varphi \tilde{x} \cdot \nabla_b u \right) \right\} - \nabla \cdot \left\{ \varphi \tilde{x} \left(\nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} \right) \right\} \\
 & + \left(\varphi \frac{n-1}{r} + \varphi' \right) \left(\nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} \right) - 2\varphi' \left(\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v} \right) \left(\tilde{x} \cdot \nabla_b u \right) \\
 & - \frac{2\varphi}{r} \left\{ \nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} - \left(\tilde{x} \cdot \nabla_b u \right) \left(\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v} \right) \right\} \\
 & - i\varphi \left\{ \left(\tilde{x} \times \nabla_b u \right) \cdot \left(\nabla \times b \right) \bar{v} + \left(\tilde{x} \times \overline{\nabla_b v} \right) \left(\nabla \times b \right) u \right\}
 \end{aligned}$$

一方, u, v の定義によって J は次のようにも表せる:

$$\begin{aligned}
 J = & \nabla \cdot \left\{ \tilde{x} \varphi \left(V_1 - \kappa^2 \right) u \bar{v} \right\} - \left(\frac{n-1}{r} \varphi + \varphi' \right) \left(V_1 - \kappa^2 \right) u \bar{v} \\
 & - \varphi \partial_r V_1 u \bar{v} + \varphi \left(V_0 u - f \right) \left(\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v} \right) + \varphi \left(V_0 \bar{v} - \bar{g} \right) \left(\tilde{x} \cdot \nabla_b u \right).
 \end{aligned}$$

これら 2 つの表示において $\varphi = r$ と選んで等号で結ぶと次を得る:

$$\begin{aligned}
 J = & \nabla \cdot \left\{ r \nabla_b u \left(\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v} \right) + r \overline{\nabla_b v} \left(\tilde{x} \cdot \nabla_b u \right) \right\} \\
 & - \nabla \cdot \left\{ r \tilde{x} \left(\nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} \right) \right\} + (n-2) \left(\nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} \right) \\
 & - ir \left\{ \left(\tilde{x} \times \nabla_b u \right) \cdot \left(\nabla \times b \right) \bar{v} + \left(\tilde{x} \times \overline{\nabla_b v} \right) \left(\nabla \times b \right) u \right\} \\
 = & \nabla \cdot \left\{ \tilde{x} r \left(V_1 - \kappa^2 \right) u \bar{v} \right\} - n \left(V_1 - \kappa^2 \right) u \bar{v} - r \partial_r V_1 u \bar{v} \\
 & + r \left(V_0 u - f \right) \left(\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v} \right) + r \left(V_0 \bar{v} - \bar{g} \right) \left(\tilde{x} \cdot \nabla_b u \right).
 \end{aligned}$$

この両辺を, $R > 0$ を十分大として Ω_R 上で積分すると, 次を得る:

$$\begin{aligned}
& \int_{S_R} r \left\{ 2(\tilde{x} \cdot \nabla_b u) (\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v}) - \nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} \right\} dS \\
& + \int_{\partial\Omega} r (\nu \cdot \tilde{x}) (\nu \cdot \nabla u) (\nu \cdot \overline{\nabla v}) dS + \int_{\Omega_R} (n-2) \nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} dx \\
& - i \int r (\nabla \times b) \cdot \left\{ (\tilde{x} \times \nabla_b u) \bar{v} + (\tilde{x} \times \overline{\nabla_b v}) u \right\} dx, \\
& = \int_{S_R} r (V_1 - \kappa^2) u \bar{v} dS + \int_{\Omega_R} \left\{ n(\kappa^2 - V_1) u \bar{v} - r \partial_r V_1 u \bar{v} \right. \\
& \left. - r(V_0 u + f) (\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v}) - r(V_0 \bar{v} + \bar{g}) (\tilde{x} \cdot \nabla_b u) \right\} dx.
\end{aligned}$$

ここで $R \rightarrow +\infty$ とする。その際, 恒等式

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_R} (n-2) \nabla_b u \cdot \overline{\nabla_b v} dx &= \frac{n-2}{2} \int_{S_R} \left\{ (\tilde{x} \cdot \nabla_b u) \bar{v} + u (\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v}) \right\} dS \\
&+ (n-2) \int_{\Omega_R} \left\{ (\kappa^2 - V) u \bar{v} + \frac{1}{2} (f \bar{v} + u \bar{g}) \right\} dx
\end{aligned}$$

に注意すれば, 結果として次の等式を得る:

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} & 2\kappa^2 \int u \bar{v} dx \\ &= \int \left[\left\{ 2V_1 + r \partial_r V_1 + (n-2)V_0 \right\} u \bar{v} + \frac{n-2}{2} (f \bar{v} + u \bar{g}) \right. \\ &\quad \left. - i r (\nabla \times b) \cdot \left\{ (\tilde{x} \times \nabla_b u) \bar{v} - u (\tilde{x} \times \overline{\nabla_b v}) \right\} \right. \\ &\quad \left. + r \left\{ (V_0 u + f) (\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v}) + (V_0 \bar{v} + \bar{g}) (\tilde{x} \cdot \nabla_b u) \right\} \right] dx \\ &\quad \left. + \int_{\partial\Omega} r (\nu \cdot \tilde{x}) (\nu \cdot \nabla u) (\nu \cdot \overline{\nabla v}) dS. \right\}
\end{aligned} \right.$$

この表示に基づいて, この右辺の各項を評価する。 $V(x)$ に関する仮定 (B.V.1) によって,

$$0 \leq V_1 \leq C\mu, \quad |r \partial_r V_1| \leq C\mu, \quad |V_0| \leq C\mu$$

が成り立つことから, Schwarz, 定理 2 (ii) 及び $\mu^{-1} \leq C\xi^{-1}$ によって, まず次が判る:

$$(20) \quad \left| \int \{2V_1 + r\partial_r V_1 + (n-2)V_0\} u \bar{v} dx \right| \leq C \|u\|_\mu \|v\|_\mu \leq C |\kappa|^{-2} \|f\|_{\xi^{-1}} \|g\|_{\xi^{-1}}.$$

同様にして, 次を得る:

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{n-2}{2} \left| \int (f\bar{v} + u\bar{g}) dx \right| \\ \leq C \{ \|f\|_{\mu^{-1}} \|v\|_\mu + \|u\|_\mu \|g\|_{\mu^{-1}} \} \leq C |\kappa|^{-1} \|f\|_{\xi^{-1}} \|g\|_{\xi^{-1}}. \end{array} \right.$$

仮定 (B.V.2) によって, $r|\nabla \times b| \leq \varepsilon_0 \mu(r)$ が成り立つことに注意すれば, Schwarz によって

$$\begin{aligned} \int |ir(\nabla \times b)(\tilde{x} \times \nabla_b u) \bar{v}| dx &\leq \varepsilon_0 \int \mu |\tilde{x} \times \nabla_b u| |v| dx \\ &\leq C \|\tilde{x} \times \nabla_b u\|_\mu \|v\|_\mu = (*) \end{aligned}$$

を得る。ところで,

$$\|\tilde{x} \times \nabla_b u\|_\mu \leq C \left\{ \|\nabla u\|_\mu + \left\| \frac{(\nabla \times b)u}{r} \right\|_\mu \right\} = (**)$$

となり, この右辺第 1 項は 定理 2 (ii) 及び $r^2 \leq C\xi^{-1}$ により

$$\|\nabla u\|_\mu \leq \|f\|_{r^2} \leq \|f\|_{\xi^{-1}}$$

と評価できる。

一方, $(**)$ の右辺第 2 項に関しては, 仮定 (B.V.1), 不等式 $\mu^3(1+r)^{-2} \leq C$, 定理 2 (i) 及び不等式 $r^2 \leq C\xi^{-1}$ を用いれば

$$\begin{aligned} \int \mu \left| \frac{(\nabla \times b)u}{r} \right|^2 dx &\leq \varepsilon_0^2 \int \frac{\mu(1+r)^{-2} \mu^2}{r^2} |u|^2 dx \\ &\leq C \int \frac{|u|^2}{r^2} dx \leq C \int r^2 |f|^2 dx \leq C \|f\|_{\xi^{-1}}^2 \end{aligned}$$

(80)

となる。

以上によって,

$$\|\tilde{x} \times \nabla_b u\|_\mu \leq (*_2) \leq C \|f\|_{\xi^{-1}}$$

を得る。これを (*) に用い, また $\|v\|_\mu$ に関しては定理 2 (ii) 及び $\mu^{-1} \leq C\xi^{-1}$ を用いれば, 次を得る:

$$\int |ir(\nabla \times b)(\tilde{x} \times \nabla_b u) \bar{v}| dx \leq C |\kappa|^{-1} \|f\|_{\xi^{-1}} \|f\|_{\xi^{-1}}.$$

全く同様の議論によって

$$\left| \int ir(\nabla \times b) u (\tilde{x} \times \overline{\nabla_b v}) dx \right| \leq C |\kappa|^{-1} \|f\|_{\xi^{-1}} \|f\|_{\xi^{-1}}$$

と評価できるから,

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left| \int ir(\nabla \times b) \{(\tilde{x} \times \nabla_b u) \bar{v} - u(\tilde{x} \times \overline{\nabla_b v})\} dx \right| \\ \leq C |\kappa|^{-1} \{ \|f\|_{\xi^{-1}} \|g\|_{\xi^{-1}} + \|f\|_{\xi^{-1}} \|g\|_{\xi^{-1}} \} \end{array} \right.$$

が判る。

また, 不等式 $r|V_0| \leq \varepsilon_0 \mu(r)$ に注意すれば, 上と同様の議論によって, 次を得る:

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left| \int r \{ (V_0 u + f) (\tilde{x} \cdot \overline{\nabla_b v}) + (V_0 \bar{v} + \bar{g}) (\tilde{x} \cdot \nabla_b u) \} dx \right| \\ \leq C \{ \|r(V_0 u + f)\|_{\mu^{-1}} \|\tilde{x} \cdot \nabla_b v\|_\mu + \|r(V_0 \bar{v} + \bar{g})\|_{\mu^{-1}} \|\tilde{x} \cdot \nabla_b u\|_\mu \} \\ \leq C \{ \|u\|_\mu + \|rf\|_{\mu^{-1}} \} |\kappa|^{-1} \|g\|_{\xi^{-1}} + C \{ \|v\|_\mu + \|rg\|_{\mu^{-1}} \} |\kappa|^{-1} \|f\|_{\xi^{-1}} \\ \leq C |\kappa|^{-1} \{ (|\kappa|^{-1} \|f\|_{\xi^{-1}} + \|rf\|_{\mu^{-1}}) \|g\|_{\xi^{-1}} + (|\kappa|^{-1} \|g\|_{\xi^{-1}} + \|rg\|_{\mu^{-1}}) \|f\|_{\xi^{-1}} \}. \end{array} \right.$$

最後に, $\partial\Omega$ が原点に関して星状であることから, 定理 2 (i) の左辺第 2 項は非負であり, その不等式から特に,

$$\left| \int_{\partial\Omega} (\nu \cdot x) (\nu \cdot \nabla u) dS \right| \leq C_1 \|f\|_{r^2}^2 \leq C \|f\|_{\xi^{-1}}^2$$

を得る。従って, Schwarz によって, 次を得る :

$$(24) \quad \left| \int_{\partial\Omega} (\nu \cdot x) (\nu \cdot \nabla u) (\nu \cdot \nabla v) dS \right| \leq C \|f\|_{\xi^{-1}} \|g\|_{\xi^{-1}}.$$

以上の不等式 (20)~(24) を (19) に用いれば, 命題 3 の主張が従う。【命題 3 の証明終】

注意 1 補間の議論を用いて評価を修正すれば, 以下の様に, 空間遠方での減衰条件は緩和可能 (このとき, 主結果 (定理 1) は $v \in L^2_{\xi_1}$ で成立) :

$$(B_0)' : 0 \leq b_0(x) \leq {}^3C \cdot \xi_1^\alpha,$$

但し,

$$\alpha = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{3}{p} - 1 \right) \left(= \frac{1}{2} + \frac{1}{2p} \right), \quad \left(\frac{3}{2} < p < 3 \right).$$

これより, $2 < 3\alpha < \frac{5}{2}$ であり, また, $N \geq 3$ ならば,

$$\xi_1(r) = (1 + [r])^{-2} \cdot \mu(r) \sim (1 + r)^{-3-\varepsilon'} \quad (\varepsilon' > 0)$$

であるから, 例えば 3 以上の次元 $N (\geq 3)$ に対する全空間の初期値問題の場合には, $(B_0)'$ の減衰条件は次のようになる :

$$0 \leq b_0(x) \leq C \cdot (1 + r)^{-3\alpha-\varepsilon''} \quad (\varepsilon'' > 0), \quad -\frac{5}{2} < -3\alpha < -2.$$

注意 2 摩擦項の係数関数の小ささを仮定すれば係数関数の符号は負でもよく, 次の仮定の下で極限振幅の原理を示すことが出来る :

定理 1' 十分小さな正の数 $\varepsilon_1 > 0$ に対して

$$|b_0(x)| \leq \varepsilon_1 \xi_1(r) \quad \text{or} \quad \leq \varepsilon_1 \xi_1^{3/4}(r) \quad \text{in } \overline{\Omega}$$

を仮定すると, 定理 1 と同様の結果が成り立つ。

$$\text{sign}(f) = \begin{cases} 1 & (f(x) > 0), \\ 0 & (f(x) = 0), \\ -1 & (f(x) < 0). \end{cases}$$

- [4] D.M.Ěidus, The limiting amplitude principle for the Schrödinger equation in domains with unbounded boundaries, *Asymptotic Anal.* 2, no. 2 (1989), pp.95-99.
- [5] N.Iwasaki, On the principle of limiting amplitude, *Publ. Res. Inst. Math. Sci. Ser. A* 3 (1967/68), pp.373-392.
- [6] S.Kiyama, On the exponential decay of solutions of the wave equation with the potential function, *Osaka Math. J.* 4 (1967), pp.15-35.
- [7] K.Kubota and T.Shirota, The principle of limiting amplitude, *J. Fac. Sci. Hokkaido Univ. Ser. I* 20 (1967), pp.31-52.
- [8] V.P.Mihaĭlov, On the principle of limiting amplitude, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 159 (1964), pp.750-752.
- [9] S.Mizohata and K.Mochizuki, On the principle of limiting amplitude for dissipative wave equations, *J. Math. Kyoto Univ.* 6 (1966), pp.109-127.
- [10] 望月清, 波動方程式の散乱理論, 紀伊國屋数学叢書 (1984)
- [11] K.Mochizuki, Uniform resolvent estimates for magnetic Schrödinger operators and smoothing effects for related evolution equations, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* 46, no. 4 (2010), pp.741-754.
- [12] K.Mochizuki and H.Nakazawa, Uniform resolvent estimates for magnetic Schrödinger operators in a 2D exterior domain and their applications to related evolution equations, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* 51, no. 2 (2015), pp.319-336.
- [13] K.Mochizuki and H.Nakazawa, Uniform resolvent estimates for stationary dissipative wave equations in an exterior domain and their application to the principle of limiting amplitude, *Trends Math. Res. Perspect.*(2017) Birkhäuser/Springer, Cham, pp.521-527.

- [14] K.Mochizuki and H.Nakazawa, The principle of limiting amplitude for perturbed wave equations in an exterior domain, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 60, no. 3 (2024), pp.583-606.
- [15] K.Mochizuki, H.Nakazawa and I.Trooshin, The principle of limiting amplitude for wave equations on a star graph, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 62, no. 1 (2026), pp.1-25.
- [16] C.S.Morawetz. The limiting amplitude principle, Comm. Pure Appl. Math. 15 (1962), pp.349-361.
- [17] F.M.Odeh, Principles of limiting absorption and limiting amplitude in scattering theory. I. Schrödinger's equation, J. Mathematical Phys. 2(1961), pp.794-800.
- [18] G.F.Roach and B.Zhang, The limiting-amplitude principle for the wave propagation problem with two unbounded media, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 112, no. 1 (1992), pp.207-223.
- [19] B.R.Vainberg, Principles of radiation, limiting absorption and limiting amplitude in the general theory of partial differential equations, Uspehi Mat. Nauk 21(1966), no. 3(129), pp.115-194.

(受付日 令和 8 年 2 月 7 日)

(受理日 令和 8 年 3 月 7 日)

〈教育ノート〉

睡眠に対する認知行動療法の発展

羽澄 恵*

The Evolution of Cognitive Behavioral Therapy for Sleep

Megumi HAZUMI*

1. はじめに

睡眠障害は、単独の問題として生じるのみならず、さまざまな精神疾患に高頻度で併存し、症状の遷延や再発、日中機能の低下に深く関与することが知られている。とりわけ不眠症状や睡眠・覚醒リズムの乱れは、抑うつや不安、精神病性症状などの精神症状と双方向的な関係を有し、臨床経過全体に影響を及ぼす重要な要因である¹。このような背景から、精神疾患の治療において睡眠への介入は補助的な位置づけにとどまらず、重要な治療戦略の一つとして位置づけられつつある。

不眠障害に対する心理療法としては、慢性不眠障害の認知行動療法（Cognitive Behavioral Therapy for Insomnia ; CBT-I）が確立されており、睡眠薬と同等またはそれ以上の効果を示すことが報告されている²。そのため、国際的な治療ガイドラインにおいても、CBT-Iは第一選択の治療法として推奨されている³。一方で、実臨床においては、不眠障害が単独で存在するケースは必ずしも多くなく、概日リズム睡眠・覚醒障害や他の睡眠関連問題、さらには多様な精神疾患を併存する症例が少なくない。

こうした複雑な臨床像に対応するため、近年では診断横断的な視点から睡眠と概日リズムの問題に包括的に介入するアプローチが注目されている。その代

* 日本医科大学医療心理学教室

Department of Medical Psychology, Nippon Medical School

表 例 が、Transdiagnostic Intervention for Sleep and Circadian Dysfunction (TranS-C) である。本稿では、まず CBT-I の基本的概念とその臨床的意義を整理したうえで、CBT-I の限界を踏まえつつ、診断横断的介入としての TranS-C の特徴と意義について概説する。

2. 慢性不眠障害とは

慢性不眠障害とは、十分な睡眠機会や適切な睡眠環境が確保されているにもかかわらず、入眠困難、中途覚醒、早朝覚醒といった夜間の不眠症状が持続し、それに伴う日中の機能障害が生じている状態を指す。これらの症状が週に3回以上、3か月以上にわたり認められる場合に診断され、他の睡眠障害、精神疾患、身体疾患、あるいは物質使用のみでは十分に説明できないことが条件とされる⁴。日中の機能障害には、疲労感や倦怠感、注意力や集中力の低下、気分の低下、睡眠に対する不満や過度な心配などが含まれる。

慢性不眠障害が持続・遷延する背景としては、睡眠の恒常性維持機構および条件づけの影響が挙げられる。恒常性維持機構とは、覚醒している時間が長くなるほど睡眠圧が高まり、眠気が生じやすくなる仕組みである。日中に長時間横になって過ごしたり、夕方以降に仮眠をとったりする習慣は、この睡眠圧の蓄積を妨げ、夜間の入眠困難や中途覚醒を引き起こしやすくする⁴。加えて、寢床で覚醒状態のまま過ごす習慣が繰り返されると、寢床と覚醒状態が条件づけられ、「寢床に入ること自体が覚醒を引き起こす」状態が形成される。たとえば、寢床でスマートフォンを使用する、考えごとを続けるといった行動は、この条件づけを強化し、不眠症状の慢性化に寄与する。さらに、就床直前に仕事や娯楽、心配事などによって覚醒水準が高まっている場合、寢床に入っても速やかに睡眠状態へ移行しにくくなる。

3. CBT-I の構成要素と有効性

CBT-I は、こうした慢性不眠障害の維持に関与する認知および行動パターンに焦点を当て、それらの修正を通じて睡眠状態の改善を図る心理療法である。睡眠日誌による睡眠状態の把握を基盤とし、心理教育、睡眠スケジュール法、認知的介入、行動的介入などを組み合わせて実施する点に特徴がある。

慢性不眠障害に対する認知行動療法（CBT-I）は、不眠症状の維持に関与する認知および行動のパターンを同定し、それらを修正することを目的とした心理療法である。CBT-Iの介入は、まず睡眠日誌の記録から開始される。睡眠日誌では、就床時刻、入眠時刻、中途覚醒の回数や持続時間、最終覚醒時刻、起床時刻といった夜間の睡眠状態に加え、日中の仮眠や臥床時間についても記録する。これにより、主観的な睡眠状態を日々把握するとともに、臥床時間と実際に眠っている時間との関係を明確にすることが可能となる。記録は正確性よりも継続性を重視し、起床後に前夜の睡眠を振り返りながら大まかに記載することが推奨される。

睡眠日誌から得られた情報をもとに、心理教育が行われる。心理教育では、睡眠の恒常性維持機構や条件づけの仕組み、不眠症状がどのように維持されるかについて説明し、現在の生活習慣や睡眠行動との関連を理解することを目指す。これにより、患者自身が不眠症状を制御不能なものとして捉えるのではなく、行動や認知の変容を通じて改善可能なものとして再理解することが促される。

CBT-Iの中核的技法の一つが、睡眠スケジュール法である。これは、睡眠日誌から算出された平均睡眠時間に基づき、床上時間を制限することで睡眠圧を高め、入眠困難や中途覚醒の改善を図る方法である。具体的には、平均睡眠時間に30分程度を加えた時間を床上時間の目安とし、起床時刻を固定したうえで就床時刻を設定する。あわせて、寢床で20分以上眠れない場合はいったん寢床を離れ、強い眠気が生じてから再度就床するよう指導する。この手続きにより、寢床と覚醒状態との条件づけの弱化が図られる。

さらに、CBT-Iでは睡眠に対する非機能的信念や過度な心配に対する認知的介入も行われる。たとえば、「十分に眠れなければ翌日は何もできない」といった極端な認知を検討し、より柔軟で現実的な捉え方へと修正する。また、就床前の過覚醒状態を軽減するため、就床前行動の見直しといった行動的介入も併せて実施される。

4. CBT-Iの臨床的限界

CBT-Iは、慢性不眠障害に対して高い有効性を示す確立された心理療法である一方で、すべての臨床状況において十分な効果が得られるとは限らない。実臨床では、不眠症状が単独で存在するケースよりも、他の睡眠・覚醒に関する問題や精神疾患を併存するケースが多く、そのような症例においてはCBT-Iの

みでは十分な改善が得られない場合がある。

たとえば、概日リズム睡眠・覚醒障害を併存する場合、睡眠スケジュール法によって睡眠圧を高める介入のみでは、就床・起床時刻のずれや日内リズムの乱れに十分に対応できないことがある。さらに、抑うつや不安、精神病性症状などの精神疾患を併存する場合には、睡眠の問題と精神症状が相互に影響し合い、睡眠のみを標的とした介入では改善が限定的となることも少なくない。

加えて、CBT-I は原則として不眠症状を主たる標的として設計されているため、日中の覚醒度や睡眠・覚醒リズムの規則性、睡眠の時間帯といった側面を包括的に扱うことは必ずしも想定されていない。その結果、主観的な睡眠状態の改善が得られたとしても、日中機能の回復や精神症状の改善が十分でないケースも認められる。

これらの点を踏まえると、不眠症状に対する CBT-I の有効性を前提としつつも、より複雑で多面的な睡眠・覚醒の問題に対応するためには、睡眠と概日リズムを包括的に捉える新たな介入の枠組みが求められるといえる。こうした臨床的要請を背景として、診断横断的な視点から睡眠・覚醒の問題に介入するアプローチが近年注目されている。

5. 診断横断的介入としての TranS-C

前章で述べたように、CBT-I は不眠症状の改善において高い有効性を有する一方で、複数の睡眠・覚醒に関する問題や精神疾患を併存する症例に対しては、必ずしも十分に対応しきれない側面がある。こうした臨床的課題を踏まえ、CBT-I を含む既存の睡眠介入の理論と技法を基盤としつつ、より包括的に睡眠と概日リズムの問題を扱うことを目的として開発されたのが、Transdiagnostic Intervention for Sleep and Circadian Dysfunction (TranS-C) である⁵⁾。

TranS-C は、不眠障害や概日リズム睡眠・覚醒障害といった特定の診断名を治療対象とするのではなく、睡眠・覚醒に関する機能不全を診断横断的に捉え、睡眠健康全体の改善を目指す心理行動的介入である。その基本的な考え方は、CBT-I と共通しており、睡眠行動や認知の修正を通じて症状の改善を図る点において、CBT-I の延長線上に位置づけられる。

一方で TranS-C では、CBT-I が主に不眠症状に焦点を当ててきたのに対し、睡眠・覚醒リズムの規則性や睡眠の時間帯、日中の覚醒度といった側面も含め、

睡眠を多次的に捉える点に特徴がある。これにより、不眠症状に加えて夜型傾向や日中の過眠、機能障害などが混在する臨床像にも柔軟に対応することが可能となる。

このように TranS-C は、CBT-I で培われてきた理論的枠組みや介入技法を基盤としながら、それらを拡張・統合することで、より多様で複雑な睡眠・覚醒の問題に対応することを目的とした診断横断的介入モデルであるといえる。

6. TranS-C の構成と特徴

TranS-C の大きな特徴の一つは、睡眠を単一の指標ではなく、複数の側面から包括的に捉える点にある。TranS-C では、睡眠健康を以下の6次元から評価・介入の対象とする。すなわち、①日々の睡眠・覚醒リズムの規則性、②睡眠状態や睡眠の質に対する主観的満足度、③日中の覚醒度、④1日の中での睡眠の時間帯、⑤床上時間のうち実際に睡眠が占める割合（睡眠効率）、⑥総睡眠時間、である。これらの次元は相互に関連しており、特定の次元のみを改善するのではなく、全体のバランスを整えることが重視される。

TranS-C は、こうした多次的な睡眠健康モデルに基づき、モジュール方式によって構成されている。モジュール方式とは、介入内容を複数の要素に分け、対象者が抱える中心的な問題や関心に応じて、必要な要素を柔軟に組み合わせて実施する方法である。これにより、介入順序や内容を固定せず、個々の臨床像に即したテーラーメイドの介入が可能となる。TranS-C のモジュールは、横断的モジュール、中核モジュール、追加モジュールの三つから構成される。横断的モジュールは、ほぼすべての対象者に対して介入初期から実施される必須要素であり、ケースフォーミュレーション、睡眠に関する心理教育、行動変容と動機づけ、目標設定などが含まれる。これらは、以降の介入全体の土台となるものである。

中核モジュールは、多くの対象者に共通して提供されることが想定される介入要素であり、規則正しい就床・起床時刻の確立、就寝前のリラックス行動や朝の覚醒を促す行動の導入、日中機能の改善を目的とした行動実験、睡眠や日中機能に関する非機能的信念に対する認知的介入などが含まれる。これらは、CBT-I の主要技法と連続性を有しつつ、日中機能や概日リズムにも介入対象を広げている点に特徴がある。

追加モジュールは、対象者の個別の問題に応じて選択的に用いられる要素で

あり、睡眠スケジュール法、日中の臥床時間の調整、睡眠・覚醒リズムの前進または後退を目的とした時刻調整、睡眠に対する過度な心配への認知的介入、CPAP アドヒアランス向上のための介入、悪夢に対するイメージリハーサル法、睡眠環境の調整などが含まれる。

このように、TranS-C は、CBT-I を基盤とした理論と技法を整理・拡張し、睡眠・覚醒の問題を多次的かつ柔軟に扱うことを可能にする介入モデルであるといえる。

7. 臨床研究からみた有効性と意義

TranS-C の有効性については、これまでに児童・思春期および成人を対象とした複数のランダム化比較試験により検討されている。対象となったのは、睡眠・覚醒リズムの乱れが顕著な児童・思春期世代や、睡眠問題を併存する統合失調症スペクトラム症、うつ病、不安症、双極症などの精神疾患患者であり、臨床像の異なる集団に対して幅広く適用されてきた点に特徴がある6-9。

これらの研究において、TranS-C は不眠症状の軽減や全般的な睡眠状態の改善に加え、睡眠効率や夜間覚醒時間、睡眠・覚醒リズムの規則性、夜型傾向の改善など、多様な睡眠関連アウトカムに対して一貫した改善効果を示している。これらの効果は、介入直後のみならず、一定期間のフォローアップにおいても概ね維持されることが報告されている。

特筆すべき点として、TranS-C は睡眠指標の改善にとどまらず、精神症状や日中機能といった睡眠以外のアウトカムにも好影響を及ぼすことが示されている。具体的には、抑うつや不安といった精神症状の重症度の低下や、学業・就労・社会生活における機能障害の改善、生活の質の向上などが報告されている。これらの知見は、睡眠・覚醒の問題への介入が、精神疾患の病態そのものにも影響を与え得ることを示唆するものである。

また、TranS-C はモジュール方式を採用していることから、対象者の中心的な問題に応じて介入内容を柔軟に調整できる点も臨床的意義の一つといえる。この柔軟性は、多様な症状や併存疾患を有する臨床集団において、介入の受容性や実装可能性を高める要因となっていると考えられる。

以上の点から、TranS-C は CBT-I の理論的枠組みを基盤としながら、より広範な睡眠・覚醒の問題および関連する精神症状に対応可能な介入として、臨床

的価値を有することが示されている。

8. 課題と今後の展望

TranS-C は、多様な睡眠・覚醒の問題に対して包括的に介入可能な枠組みとして、その有効性が示されつつある一方で、いくつかの課題も指摘されている。まず、介入効果の長期的な維持については、対象集団やアウトカムによって結果が一樣ではなく、主観的指標における改善が確認される一方で、日中機能や精神症状の改善が長期的に維持されない場合も報告されている。

また、主観的な睡眠評価の改善に比べ、加速度計などを用いた客観的指標においては明確な効果が示されていない点にも留意が必要である。この点は、睡眠の主観的体験と客観的指標との乖離という従来から指摘されてきた問題とも関連しており、TranS-C に特有の課題というよりは、睡眠研究全体に共通する検討課題であるといえる。

さらに、これまでに実施された臨床研究では、主に精神疾患を併存する患者や夜型傾向の強い児童・思春期世代が対象となっており、厳格な診断基準を満たす睡眠障害患者や、精神疾患の併存がない集団における有効性については、十分な検討がなされていない。加えて、強い生物学的要因を背景とする症例に対しては、心理行動的介入のみでは十分な改善が得られない可能性も考慮する必要がある。

今後は、対象集団やアウトカムを拡張した検証に加え、他の治療法との併用や実装方法に関する検討を進めることで、TranS-C の適用範囲や位置づけをより明確にしていくことが求められる。

9. おわりに

本稿では、慢性不眠障害に対する標準的な心理療法である CBT-I の基本概念と臨床的意義を整理したうえで、その限界を踏まえ、診断横断的介入として開発された TranS-C の特徴と有効性について概説した。CBT-I は不眠症状の改善において確立された有効な介入である一方、実臨床においては多様な睡眠・覚醒の問題や精神疾患を併存するケースも多く、より包括的な枠組みが求められる場面がある。

TranS-C は、CBT-I の理論と技法を基盤としながら、睡眠と概日リズムを多

次元的に捉えることで、複雑な臨床像に柔軟に対応することを可能にする介入モデルである。今後、さらなる実証研究や実装に関する検討を通じて、睡眠医療および精神医療における位置づけがより明確化されることが期待される。

文献

- [1] Hertenstein, E. et al. Insomnia as a predictor of mental disorders: A systematic review and meta-analysis. *Sleep Med. Rev.* 43, 96–105 (2019).
- [2] Smith, M. T. et al. Comparative meta-analysis of pharmacotherapy and behavior therapy for persistent insomnia. *Am. J. Psychiatry* 159, 5–11 (2002).
- [3] Riemann, D. et al. The European Insomnia Guideline: An update on the diagnosis and treatment of insomnia 2023. *J. Sleep Res.* 32, e14035 (2023).
- [4] American Academy of Sleep Medicine. International Classification of Sleep Disorders, 3rd Edition Text Revision (ICSD-3-TR). (AMERICAN ACADEMY OF SLEEP MED., 2023).
- [5] Harvey, A. G. & Buysse, D. J. *Treating Sleep Problems*. (Guilford Publications, New York, NY, 2017).
- [6] Harvey, A. G. et al. Modifying the impact of eveningness chronotype (“night-owls”) in youth: A randomized controlled trial. *J. Am. Acad. Child Adolesc. Psychiatry* 57, 742–754 (2018).
- [7] Dong, L., Dolsen, M. R., Martinez, A. J., Notsu, H. & Harvey, A. G. A transdiagnostic sleep and circadian intervention for adolescents: six-month follow-up of a randomized controlled trial. *J. Child Psychol. Psychiatry* 61, 653–661 (2020).
- [8] Harvey, A. G. et al. A randomized controlled trial of the Transdiagnostic Intervention for Sleep and Circadian Dysfunction (TranS-C) to improve serious mental illness outcomes in a community setting. *J. Consult. Clin. Psychol.* 89, 537–550 (2021).
- [9] Becker, S. P. et al. Impact of a behavioral sleep intervention in adolescents with ADHD: Feasibility, acceptability, and preliminary effectiveness from a pilot open trial. *J. Atten. Disord.* 26, 1051–1066 (2022).

(受付日 令和8年2月7日)

(受理日 令和8年3月7日)

〈教育ノート〉

Problem-Based Learning における AI を用いた授業評価システムに関して

藤崎弘士¹・早坂明哲²・長谷部孝³・藤倉輝道²

An AI-Based Class Evaluation System for Problem-Based Learning

Hiroshi FUJISAKI¹, Yoshiaki HAYASAKA², Takashi HASEBE³,
Terumichi FUJIKURA²

1. はじめに — 本学における PBL 教育について —

筆者らは医科大学において、初等的もしくは専門的な医学教育に関わっているが、その中の一つに「医学統合プログラム」という授業がある（数年前までは「医学入門」という授業名であった）。これは Problem-Based Learning (PBL) 型の授業であり、通常の座学の授業と異なり、教員が solid な知識をただ伝授するのではなく、ある問題を提示して、学生が自主的にそれについて調べたり考えたりするタイプの授業である。その際には8～9名ほどの少人数グループに分かれ、学生間の議論を重視する（本学ではこの形態の授業を Small-Group Learning (SGL) と呼ぶ）。ある程度の時間（基本的には2コマ×4回）を費やす授業であるので、学生だけでこの授業を完結させるのは様々な意味で困難であり、チューターと呼ばれるモデレーター（実際はさまざまな分野の教員である）を配置しておく。ただし、学生の主体性を重んじるため、チューターが積極的に授業の進行を主導するのではなく、学生の間で司会や書記などの役割を決めて授業が進められる。本学では医学教育の一環としてこのような授業を行っているが、医学以外のさまざまな教科にも応用可能であろう。

¹ 日本医科大学 数理データサイエンス AI 教育センター / 物理学教室

² 日本医科大学 医学教育センター

³ 日本医科大学 生物学教室

本稿では1年生に対する医学統合プログラムの授業に関して説明する。医学部におけるPBL教育としては、医学・医療に関わりの深い話題を取り上げて行うことが自然である。しかし、1年生は、まだ基礎科学（生物、化学、物理、数学、人工知能、行動心理学など）を履修している段階であり、（断片的な知識は持っているにせよ）医学的な専門知識を修得していない。よって、話題としてはある程度医学的な知識がなくても親しみやすいものを選んで提示することになる。

2. アルコールに関するPBL課題とPBLの進め方

以下では2023年度の課題である「アルコール」について具体的に述べていく。これは本学の生物学教室が作成した課題であり、中心テーマとしては「アルコール代謝の仕組みとアルコール性疾患」について学ぶことを目的としている。これはトータルで8コマに渡って継続する授業であり、毎週図1のような課題シートを提示することから始まる。まずこれを読み上げ、司会の指示の下でそこから「課題」を抽出する。ここで「課題」とは「その課題から自らが学びたいこと、学ばべきだと判断する項目」のことであり、医学部の授業であるので、医学的な課題を探すことになる。生物学教室が期待する抽出されると思われる事項（到達目標）としては以下のA)–C)が挙げられる。

ライブくんは酒場の私立大学の学生です。勉強熱心で部活動にも積極的に参加し、充実した生活を送っています。ところがある朝、ライブくんは吐き気で目が覚めました。

ライブ：（うー、気持ち悪い。なんだろう？昨日のあの飲み物か？）
ライブ：（すごく喉が乾く。一旦起きよう。トイレにも行きたい。）

一旦起き上がったライブくんは、フラフラしながらトイレに向かいました。

ライブ：（あれ？ 経絡する。脱水？）

冷蔵庫から冷たいジュースをもらって飲んでみたが、まだ経絡や吐き気は治りません。パジャマを脱ぎ捨て、シャワーを浴びました。もう一時間経ちますが、ライブくんはベッドに戻りました。

ライブ：（そう。今日はパンクと会おうと思ってたんだ）

パンクくんはライブの同僚です。今日は一緒に高層ビルに行く予定でした。結果としてライブは脱水症状で、なんとがスマホでパンクくんにもメッセージを送りました。

ライブ：「ごめ、たろくて行けない」
パンク：「ま、とした？」
ライブ：「地味な、乾喉、頭痛、やばい」
パンク：「心配だな。ちゃんと医療行けよ」
ライブ：「う」

1時間くらい経んでいたら、少し動けるようになったので、ライブくんは早くクリニックに行くことにしました。

昨日のあの飲み物、お酒
お酒の利尿作用
脱水？
脱水症状？
1型糖尿病(可避性)
二日酔い(可避性)
食あたり(食やけ)

図1.「アルコール」に関する授業における、あるPBLグループによるBIG PAD（シャープ社製電子黒板）に書き込まれたページ。左側に1回目の課題シートが貼り付けてあり、それに関して学生たちが手書きでコメントを書いている。

A) 最低限これだけは

- A-1) アルコールの代謝の仕組み
- A-2) アルコールの中枢神経系への作用
- A-3) アルコールのバソプレッシン分泌への影響とその結果
- A-4) 血液検査でわかること
- A-5) アルコール性肝疾患
- A-6) アルコール性膵疾患

B) 可能であればここまで

- B-1) ALDH の変異
- B-2) 医療面接
- B-3) アルコールの利尿作用の仕組み
- B-4) 未成年飲酒、一気飲みなどのリスクやアルハラについて
- B-5) 移植（ドナー、HLA など）について
- B-6) 再生医療について
- B-7) iPS 細胞の臨床応用がどこまで進んでいるか

C) さらに余裕があれば

- C-1) アルコールの社会的影響、文化、歴史
- C-2) お酒の効能

ただし、この授業では4週間以後に医療面接の授業も行うので、医療における医師と患者のコミュニケーションに関わることも学ぶことが想定されている。なお、A)～C)の項目は学生には知らせず、議論の進展とチューターの誘導により、各班の達成、進捗状況は異なる。

このような課題を抽出したら、まずは学生の間でこれらについて何を知っているかを議論する（ある程度簡単なこと、生物学的で基礎的なことであれば高校生もしくは1年生の知識で議論可能であるので、まずわかっている範囲の議論を行う）。それから今の自分たちには分からない、もっと高度な内容を選びすぐっていく。そして、それらをインターネット、生成 AI、図書館などで調べ、まとめて発表する。それを踏まえて、さらに調べたいところが出てくるはずなので、それらについては次週までの課題とする。このスタイルで4週に渡って異なる課題シート（それらは一繋がりのお話になっていることが多い）を処理し、そこである程度、この課題（今の場合はアルコール）に関する体系的な知識や理解を得

る、というのがここでの教育的な期待である。ただし、学生が調べ議論しただけでは不十分、もしくは間違っただけの内容を納得してしまっている可能性もあるので、それを補完するために、この授業の後に基礎医学および臨床医学の専門的な講義を行う。(ちなみに、毎年同じテーマで授業を行うと後年の学生に内容が漏洩してしまうので、毎年異なるテーマを設定し、異なる課題シートでこの授業は行われる。)

このような学生による議論や調べ作業が行われている間に、一人のチューターがその場に同席する。これはそのグループの学生を評価するため、また議論が停滞した場合はある程度のガイドラインを与えてエンカレッジしたり、間違っただけの方向に向かった場合にそれを修正するためである。しかし、ここで重要なのは何を抽出するか、何を議論するか、ということに関しては学生の主体性に任せるということであり、極力「介入」はしないようにする。初回は彼らも慣れていないのである程度の介入は仕方がないが、2回目以降、チューターは「空気」のような存在となることが求められる。以下ではPBL授業の実際について紹介し、その後にその授業のAI評価の可能性について議論する。

3. PBL 授業の実際

ここではアルコールについてのPBLの実際について説明する。課題シートは全4枚であり、2枚目と3枚目を図2と図3に示す。ここにあるように、ライブくんとパンクくんという仮想のキャラクターと医者(Dr)が登場し、会話形式で進んでいくフォーマットとなっている。(このフォーマットは他の課題のときも同様である。)この課題シートでは医師との話し合いの分量は少ないが、医師と患者とのコミュニケーション(医療面接)を学ぶ際のモデルケースとしても利用することを意識している。実際、1年次には医療面接の授業があり、模擬患者(さまざまな病態の患者を模倣する訓練を受けた方々)と学生が仮想的な面接を行うことで、医療面接の初歩を修得する。

またシートが進むにつれて、医師による診断なども行われていくため、徐々に病状が具体化していき、内容はより医学的に鮮明になっていく。そこで学生たちは図4のように抽出したキーワードを書き出してまとめ、その中から分かるものに関しては議論し、わからないものに関しては調べ物を行う。10年ほど前までは図書館を利用することも多かったが、現在ではネットや生成AIによる

検索で済ませる場合も多い。ただし、それらが正確な情報であるかどうかの確認を促している。例えば、検索結果としてクリニックのサイトが提示される場合も多いが、それが信頼のおけるサイトなのか、ということを確認させる必要がある。もっとも厳密には UpToDate [1] のような専門的な医療情報サイトの利用がよいが、そうでなくても厚生省や各種学会のようなソリッドなサイトにも情報がないかを確認させる（これはチューターがある程度促す必要がある）。また参考文献を書かせるような習慣をつけさせる（図5）。

それぞれの疾患の背景には生化学、生理学、生物学的な要因があるので、そのことについてある程度調べることは必須である（図6）。またその診断法や治療法に関して調べることも重要であろう（図7, 8）。しかし、ここまでいくとかなり医学的に高度な内容を含むため、学生の理解の程度を踏まえて扱う範囲を限定することとなる。

各回において授業終了時にはアセスメント（授業の感想）を行う。これは授業を振り返って感想を述べるものであり、各学生に対して1行ほどで記録させる（図9）。これはグループによってかなり書き振りは異なり、記述が十分に具体的でないこともあるが、そのグループや学生の理解度、授業に対する満足度などを測る上ではよい指標となるものである。

ライブくんは家の近くのクリニックを受診しました。

Dr. : 今日はどうされました？

ライブ : 今朝から吐き気と眩暈と頭痛がしています。

Dr. : 昨日は何か普段と違うことをされましたか？

ライブ : はい、この前二十歳になったので、昨日初めてお酒を飲みました。シャンディガフをグラスに半分ほど、飲んでる時は高揚して楽しかったのですが...

医療面接を受けた後で、ライブくんは薬を処方してもらって家に帰りました。すると、バンクくんが訪ねてきました。

バンク : 調子はどう？ ちょっと顔色悪いな。

ライブ : いま診てもらってきたよ。二日酔いだってさ。

バンク : なんだ、二日酔いだよ。大きな病気じゃなくてよかったぜ。

ライブ : 今日はごめん。でも診てもらってよかった。とても丁寧で、的確だったよ。いろいろ聞かれて、アドバイスももらった。薬を飲んだら少し気分楽になったけど、朝は酷かった。初めてとはいえ、少ししかお酒を飲んでないから、まさか二日酔いだとは... ワインを1本飲んででもケロッとしている人もいるし、1滴も飲めない人もいるよね。何が違うんだろう。

バンク : アルコールは肝臓で処理されるらしいから、肝臓の強さの違いじゃないかな？ あとは何かの遺伝子が関係しているという話を聞いたことがあるよ。

ライブ : それじゃ、僕は肝臓があまり強くないのかもね。

バンク : だろうね。だからアルコールを水代わりにしちゃダメだぞ。今だって肝臓に負担がかかっているだろうし、血液検査をしたら肝臓関連の数値が上がっているだろうよ。

ライブ : ASTとかALTとか聞いたことある。どうしてそれらの数値が上がるんだろう？それに、上がるって何かまずいことがあるのかな？

図2. 図1と同じ課題に関する2回目の課題シートと学生による手書きのチェック。医師との面談の様子も含まれている。

パンク：よく知らないけど、飲みすぎると肝硬変になることがあるって聞いたことがある。

ライブ：どんな病気だろう。怖いなぁ。治るのかな？ ☆

パンク：肝硬変って肝臓が硬くなるのかな？ 硬くなった肝臓を元に戻すのは難しそうだな。薬で治るのかな？ 移植しないと治らないなんて話も聞いたことがあるけど。

ライブ：移植手術なんて大変だよ。提供者だってすぐには見つからないだろうし。でも、近頃は再生医療なんていう言葉もよく聞くし、iPS細胞も期待されてるでしょ？ もっと簡単に治るんじゃないの？

パンク：そうであって欲しいけど。それよりは病気にならないように心がけるのが一番だよ。お酒を日常的にたくさん飲むと、肝臓以外にもいろいろな臓器が影響を受けるそうだし。

ライブ：肝臓だけじゃないんだ。

パンク：特に脾臓なんかはヤバいらしいよ。

ライブ：脾臓って、この前有名人が脾臓の病気で亡くなったじゃないか。病気の発見や治療が難しい臓器だろう？

お酒と脾臓(他も) ☆

図3. 図1と同じ課題に関する3回目の課題シートと学生による手書きのチェック。肝硬変、移植、再生治療、iPS細胞、脾臓など(1年生にとっては)医学的に高度なキーワードが出てきている。

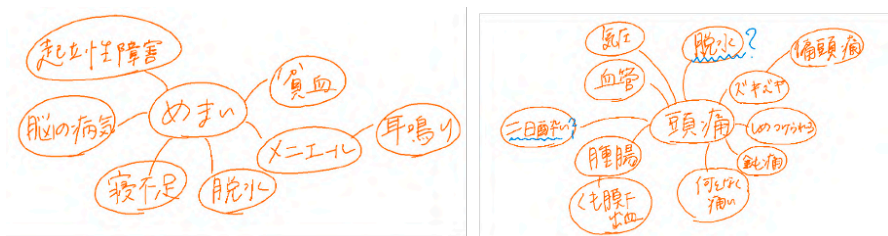


図4. あるグループによる抽出されたキーワード群。分かりやすくなるようにグラフ化をしている。

参考文献

Markus Graf Von Matuschka-Greifenclo. "アルコール代謝を和らげる、およびアルコール誘発性疾患のリスクを減少させるための組成物". Google Patents. 2013. <https://patents.google.com/patent/JP2013189437A/ja>, (参照 2023-10-05)

石塚義之. "お酒と肝臓の話". 滋賀医科大学. 2003. https://www.shiga-med.ac.jp/hospital/doc/magazines/files/vol21_1.pdf, (参照 2023-10-05)

原発性局所多汗症診療ガイドライン策定委員会. "原発性局所多汗症診療ガイドライン 2023 年改訂版". 公益社団法人日本皮膚科学会. 2023. <https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://www.dermatol.or.jp/uploads/uploads/files/guideline/takansho2023.pdf&ved=2ahUKewjP75Tqzt6BAxUGQ94KHab7A3o4FBAWegQIAhAB&usq=AOvVaw3iy-zAcHqpzRvEjEThr1I9>, (参照 2023-10-05)

日本内分泌学会. "劇症1型糖尿病". 一般社団法人日本内分泌学会. 2019. http://www.j-endo.jp/modules/patient/index.php?content_id=91, (参照 2023-10-05)

図5. ある PBL グループが調べ物をしたときの参考文献。大学や学会のウェブサイトから引いてある。

後天的に酒に強くなることはあるのか

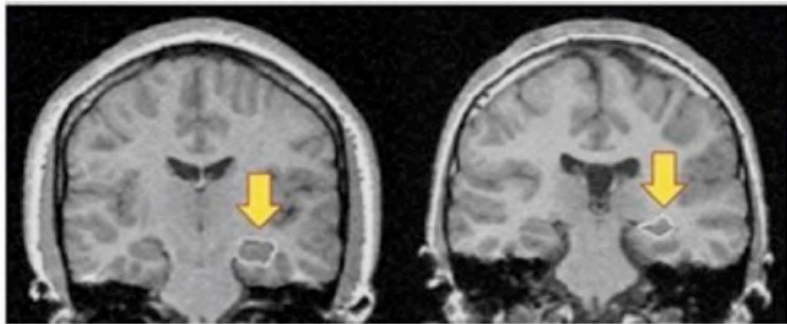
- MEOSはADH1BやALDH2だけで処理し切れない場合に働く。
- MEOSの活性は使うほど強くなる。
- MEOSの活性が高まりアルコールへの耐性が上がると、薬への耐性も上がり、効き目が薄くなる。

https://www.arukenkyo.or.jp/book/all/pdf_nr/nr_15_01.pdf
<https://www.nikkei.com/nstyle-article/DGXZQOUC07AYZ0X01C21A2000000/>

The diagram illustrates the metabolic pathway of alcohol. It starts with **エタノール** (Ethanol) with the chemical structure $\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{OH}$. A red arrow labeled **MEOS** and a blue arrow labeled **アルコール脱水素酵素 (ADH1B)** lead to **アセトアルデヒド** (Acetaldehyde) with the structure $\text{H}_3\text{C}-\text{CHO}$. From there, another red arrow labeled **MEOS** and a blue arrow labeled **アルデヒド脱水素酵素 (ALDH2)** lead to **酢酸** (Acetic Acid) with the structure $\text{H}_3\text{C}-\text{COOH}$. Finally, a blue arrow leads to **アセチルCoA** (Acetyl-CoA). A note indicates that Acetyl-CoA is used as **エネルギーとして使われる** (used as energy) and can become **中性脂肪になる** (become neutral fat).

図6. あるグループによるアルコール代謝に関する生化学的な説明のスライド。

海馬の大きさ比較



正常な脳

思春期発症の
アルコール依存者

De Bellis et al. Am J Psychiatry. 2000

図7. あるグループによるアルコール依存者のCT 画像に関するスライド。

二日酔いの診断方法

- ほとんどが検査はせずに状況判断（飲酒の量、時間、症状）
→血液検査などを行うのは別の病気が疑われるとき。
- ライプさんの場合
→医師が医療面接で得た情報をもとに検査をせず判断した可能性が高い。

https://ubie.app/byoki_qa/clinical-questions/700zktg376xk

図8. あるグループによる二日酔いの診断に関するスライド。

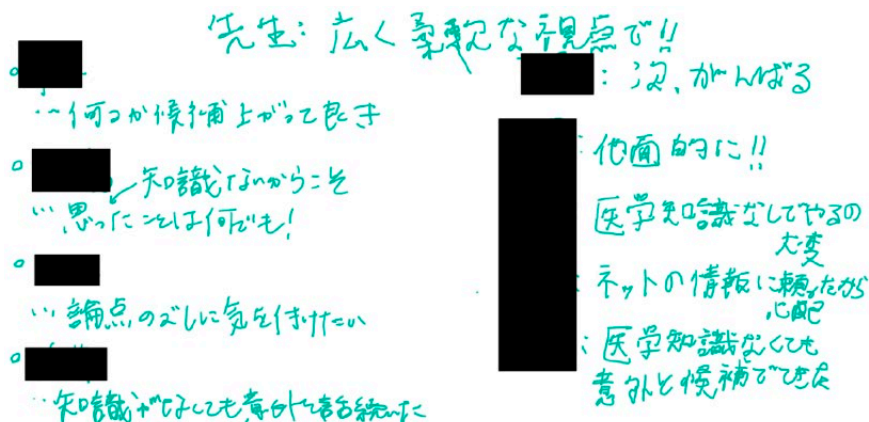


図9. あるグループによるアセスメント(感想)のスライド。学生名は Adobe Acrobat Pro で墨塗りをして情報を消去している。

4. PBL 授業に関する AI を用いた評価の可能性

4.1. 生成 AI を用いるまでの経緯

上の3節では2023年度の1グループを例にとって説明したが、実際はこの年度は1学年に14グループが存在し、それぞれが並行して独立にPBLを行った。もちろん学生の意欲や個性、グループとしてのまとまり、チューターの触媒としての役割などによって学修成果は異なる。また、このような成果は上にあるように手書きの文章、もしくはパワーポイントファイルとして記録するが、それらは電子黒板(BIG PADを用いた)上で電子データ(pdf)として残される。授業が終わるごとにこれらの電子データはLMSシステムにアップロードされ、原理的には学内において誰からもアクセスできるようになっている。よって、それらを収集し、分析することはPBLの評価をする上で重要である。実際には別に総合的なレポートを学生に「個別に」課しており、それを用いた個別評価を行ってきた。しかし、個別評価ではPBLの各グループが「グループとして」どのような活動をしたかという観点が抜けてしまう。つまり、生の活動データとしてこれらの電子データをどのように活用するか、ということが積年の課題であった。もちろん、この学修成果としての各グループのpdfを教員が精査し、それらを比較することも可能ではあろうが、公正に比較するためには1つの観

[illegible]

図10. アルコールに関するPBLのあるグループのpdfに含まれる単語から作ったwordcloud。

またはこの発展としてトピックモデル [3] を使うということも考えられる。単語の頻度だけでなく、その背後にあるトピックがなんであるかということを調べられる手法であり、より高度な概念を掴んでいるかどうかを判別することができる。これらは自然言語処理としては非常に標準的な手法であり、アルゴリズムは確立しており、また計算も「軽量」なので実行しやすい。しかし、その解釈は直接的ではなく（特にトピックモデルの場合）、評価につなげるのは難しい。

そこで登場したのが ChatGPT や Gemini のような生成 AI モデルである [2]。2022 年末に登場してからこれらを使うことを考えてきたが、初期のモデルは「幻覚」が多発したり、まとめる能力も低かった。しかし、GPT-5 や Gemini-3 以降であれば一般的な人間と比べても言語処理能力に遜色がないと判断した。そこで 2023 年度の PBL の成果 pdf に生成 AI を使うことを考えた。ただし、生成 AI を使う際の注意点などもあるので以下議論する。

4.2. 生成 AI を使う手順

まず PBL の授業終了後に得られる pdf をダウンロードする。2023 年度は 14 グループあるので、それらは 14 個のファイルとなる。生成 AI にこれらを入れる際にまず注意しなければいけないのは個人情報である。この授業では学生がいろいろと書き込むので、そこに個人情報（主に名前や学籍番号など）が入り込むことがある。そこでまずは Adobe Acrobat Pro の墨消し機能によって、これらを削除する。単純に画像処理ソフトで黒塗りしたりすると、異なるレイヤーに記録されるだけで、背後の文字情報が消去されないことが多い（つまり、検索するとそれがヒットする、もしくは生成 AI から読み込める）。これは純粋な手作業であり、労力がかかるが仕方のない部分である。この労力を省くためには、学生に個人情報をできるだけ入力しない（イニシャル程度にしておく、学籍番号は決していけないなど）指導を行う必要がある。

前述のように Google Lens もしくは Gemini が現在では手書き日本語文字の文字起こし精度が最も高いので、これに inputs する。グループ間（ファイル間）の比較をしたいので、ファイルを複数同時に inputs する。しかし、Gemini のサブスクリプションのプランによっては inputs できるファイル数に制限があるので、その場合はいくつかに分けて inputs する。

またこの際のプロンプトとしては以下を使用した。まず生物学教室によって設定されている到達目標（前述の A から C）があるので、それが到達されてい

るかどうかについて記述し、また手書きの書き込みがある程度の分量があるか、最後のアセスメントをきちんと行なっているか、などを評価の対象とした。さらに複数のグループ間の相対評価も行うように要請した。また Gemini には Gem という機能があり、これにプロンプトを入れておけば、ファイルを置くだけで処理できるので、それを利用した。

アップロードされた資料は 1 つの pdf ファイルにつき 1 つの学生グループの problem-based learning の結果ですが、以下のことが抜き出せているかどうか検討し、評価してください。

抽出されると思われる事項（到達目標）

A) 最低限これだけは

- A-1) アルコールの代謝の仕組み
- A-2) アルコールの中枢神経系への作用
- A-3) アルコールのバソプレッシン分泌への影響とその結果
- A-4) 血液検査でわかること
- A-5) アルコール性肝疾患
- A-6) アルコール性膵疾患

B) 可能であればここまで

- B-1) ALDH の変異
- B-2) 医療面接
- B-3) アルコールの利尿作用の仕組み
- B-4) 未成年飲酒、一気飲みなどのリスクやアルハラについて
- B-5) 移植（ドナー、HLA など）について
- B-6) 再生医療について
- B-7) iPS 細胞の臨床応用がどこまで進んでいるか

C) さらに余裕があれば

- C-1) アルコールの社会的影響、文化、歴史
- C-2) お酒の効能

また手書きの文章の分量が多いか(多いほどよい)、最後にアセスメント(感想)をきちんとしているかどうかとも評価に加えてください。1つのpdfファイルにつき、1つの評価をしてください。最終的に「これまでのすべてのファイルをランキングして」と言われたときはこれまでにアップロードされた複数のファイルの優劣を決めてランキングしてください。

4.3. 結果：生成 AI による出力の一例

以下に PBL の 14 個のファイルを Gemini に入力したときの出力の一例を示す。ただし、これはある試行のときの結果であり、生成 AI の出力には確率的な要素が入るので、常に同じ結果になるわけではないことに注意。ファイル名は数字+pdfになっているが、これは 14 のグループに対応している。

1. 144737.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

A-1 代謝 (ADH, ALDH, MEOS)、A-2 中枢作用 (神経伝達物質)、A-3 パンプレッシン／利尿 (抗利尿ホルモン不足)、A-4 血液検査 (AST, ALT, γ -GTP)、A-5 肝疾患 (肝硬変)、A-6 脾疾患 (脾炎) のすべてを網羅しています。

B) 可能であれば：

B-1 ALDH 変異 (NN, ND, DD 型)、B-2 医療面接、B-3 利尿の仕組み、B-4 未成年飲酒、B-5 移植、B-6 再生医療、B-7 iPS の臨床応用について詳しく記載されています。

C) 余裕があれば：

C-1 社会的影響 (「百薬の長」の起源など)、C-2 お酒の効能 (ストレス解消、食欲増進) まで踏み込んでいます。

手書き文章の分量：

非常に多く、図や表も手書きで丁寧に作成されており、学習の深化が伺えます。
アセスメント：

最後に「振り返り」として各メンバーの感想が詳細に記されています。

総合評価：

秀。内容の網羅性と手書きによるアウトプットの質が極めて高いです。

2. 150133.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

すべての項目を網羅。特に血液検査（Fib-4 index など）や肝疾患のメカニズムが詳細です。

B) 可能であれば：

B-1 遺伝子（ALDH2 欠損率の人種差）、B-4 未成年飲酒（海馬への影響）、B-5 移植（HLA 適合）、B-7 iPS（加齢黄斑変性など）について高度な内容が含まれています。

C) 余裕があれば：

お酒のメリット（J カーブ効果の最新研究）や医療用大麻の話題など、最新の知見を取り入れています。

手書き文章の分量：

手書きのメモとデジタル（画像・テキスト）が混在していますが、メモの分量は十分です。

アセスメント：

最終ページに「振り返り」と「アセスメント」が記載されています。

総合評価：

優。専門的な文献引用が多く、学術的な深みがあります。

3. 151758.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝、血液検査、肝疾患、脾疾患など一通り触れられていますが、他の資料に比べると記述が簡潔です。

B) 可能であれば：

iPS 細胞や再生医療、移植についてもキーワードとして挙げられていますが、

解説は限定的です。

C) 余裕があれば：

お酒の効能や社会的側面に関する記載はほとんど見当たりません。

手書き文章の分量：

他のグループに比べると全体的に分量が少なく、キーワードの羅列に留まっている印象です。

アセスメント：

最後に短い「振り返り」があります。

総合評価：

良。最低限のポイントは抑えていますが、深掘りには欠けます。

4. 152502.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝（MEOS）、CNS 作用（脳萎縮）、利尿（バソプレッシン抑制）、血液検査、各種疾患を網羅しています。

B) 可能であれば：

B-1 遺伝的違い、B-4 アルハラや未成年のリスク、B-5 移植、B-7 iPS の具体例（角膜など）を詳細に調べています。

C) 余裕があれば：

循環器への影響や「人体実験」の倫理など、独自の視点が含まれています。

手書き文章の分量：

中程度。要点が整理されたメモが中心です。

アセスメント：

メンバーそれぞれの詳しいアセスメントが記載されています。

総合評価：

優。幅広いテーマをバランスよく、かつ論理的にまとめています。

5. 152717.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

肝硬変の病態、血液検査、脾疾患（脾がん、脾のう胞）について非常に詳しく記述されています。

B) 可能であれば：

iPS細胞を用いた「ミニ肝臓」の作成など、再生医療の最前線に関する情報が豊富です。

C) 余裕があれば：

お酒の効能（赤ワインのポリフェノール）や社会的効用（コミュニケーション）に触れています。

手書き文章の分量：

非常に多く、特に臓器のイラストや解剖学的な図が手書きで細かく描かれています。

アセスメント：

最後に「反省」として学習の成果がまとめられています。

総合評価：

秀。特に解剖・生理学的な理解と、再生医療に関する調査が秀逸です。

6. 153031.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝メカニズム、中枢神経抑制、バソプレッシン抑制、血液検査の基準値と疾患の関係などを網羅しています。

B) 可能であれば：

移植における拒絶反応の免疫学的メカニズム（T細胞、MHC／HLA）や再生医療との比較が専門的です。

C) 余裕があれば：

「フレンチ・パラドックス」などの文化的・歴史的背景にも言及しています。

手書き文章の分量：

中程度。ネット情報のスクリーンショットに手書きの注釈を加えるスタイルが目立ちます。

アセスメント：

最終ページにメンバーの評価がまとめられています。

総合評価：

優。特に移植免疫の分野において非常に高い専門性を示しています。

7. 153426.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝、肝疾患（線維化・硬変）、脾疾患をカバーしています。

B) 可能であれば：

iPS細胞と再生医療（ES細胞との違い）、臓器移植（ドナー不足やJOTの仕組み）を詳細に調査しています。

C) 余裕があれば：

飲酒と社会的責任に言及しています。

手書き文章の分量：

中～高。図解とメモがバランスよく配置されています。

アセスメント：

「最先端を調べられてよかった」「自分のことなのに知らないことが多い」など、内省的な感想が記されています。

総合評価：

優。移植医療の現状と課題に深く踏み込んでいます。

8. 153719.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

基本事項は網羅しています。

B) 可能であれば：

各国の飲酒可能年齢の比較、アルハラへの言及があります。

C) 余裕があれば：

「迎え酒」の歴史（江戸時代の川柳）や、その医学的誤解（気のせい）について、

非常にユニークな調査を行っています。

手書き文章の分量：

極めて多い。シナリオの深掘りメモがページを埋め尽くしています。

アセスメント：

簡潔ながら記載があります。

総合評価：

優。 文化的・歴史的側面（C-1）の調査が全グループ中随一です。

9. 153818.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝、肝疾患の進行（脂肪肝→肝炎→肝硬変）を視覚的に整理しています。

B) 可能であれば：

iPS 細胞の作製に関わる遺伝子（山中4因子 + α ）の具体的名称を列挙しています。

C) 余裕があれば：

お酒のメリット（J カーブ効果）と、男女別の適正飲酒量をグラフ化しています。

手書き文章の分量：

多い。図やグラフを丁寧に写し、情報を整理しています。

アセスメント：

「お酒のいいところ」への気付きなど、内容を踏まえた振り返りが記載されています。

総合評価：

秀。 医学的根拠（グラフや遺伝子名）の提示が具体的で、信頼性が高い資料です。

10. 154131.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝、中枢神経、膝疾患（膝がん・膝のう胞）を詳述しています。

B) 可能であれば：

未成年飲酒の影響、アルハラ、飲みすぎの定義について検討しています。

C) 余裕があれば：

食欲増進のメカニズム（消化酵素や摂食中枢への影響）まで詳しく解説しています。

手書き文章の分量：

多い。キーワードを網羅し、矢印で関係性を示しています。

アセスメント：

学習のプロセスに対する振り返りがなされています。

総合評価：

優。 消化器への生理学的影響に関する記述が充実しています。

11. 154221.pdf の評価**到達目標の達成度****A) 最低限：**

肝・脾疾患、血液検査項目を網羅しています。

B) 可能であれば：

厚労省ガイドラインに基づく「1ドリンク」の具体的計算、未成年飲酒のリスクを扱っています。

C) 余裕があれば：

ランセット（2019年）の研究を引用し、疾患ごとのリスク上昇の違いを論理的に解説しています。

手書き文章の分量：

非常に多い。数式やグラフを含め、データに基づいた記述が目立ちます。

アセスメント：

各自の詳細な感想が記載されています。

総合評価：

秀。 エビデンスに基づいた、最も科学的客観性の高い資料の一つです。

12. 154325.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝および疾患の基礎を押さえています。

B) 可能であれば：

臓器移植のフローチャート、日本と世界のドナー数比較、iPS 細胞の創薬への応用を解説しています。

C) 余裕があれば：

移植の社会的課題に注目しています。

手書き文章の分量：

中程度。デジタルスライドと手書き注釈を併用しています。

アセスメント：

移植医療への関心の高まりが記されています。

総合評価：

優。移植（B-5）と再生医療の応用（B-7）に特化した内容です。

13. 154445.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝、急性アルコール中毒の機序（血中濃度上昇）を詳述しています。

B) 可能であれば：

未成年飲酒による脳（記憶保持能力）への影響、酒種による酔い方の違いを扱っています。

C) 余裕があれば：

フレンチ・パラドックスを通じた健康影響について考察しています。

手書き文章の分量：

多い。カラフルで視覚的に分かりやすく整理されています。

アセスメント：

「適量を知ることの重要性」など、実生活に即した感想があります。

総合評価：

優。急性中毒の機序と酒種の違いという独自の視点が評価できます。

14. 155034.pdf の評価

到達目標の達成度

A) 最低限：

代謝および中枢作用を扱っています。

B) 可能であれば：

アレルギー（甲殻類など）の遺伝性とアルコール感受性の比較、抗ヒスタミン薬の副作用機序を検討しています。

手書き文章の分量：

非常に多い。議論の過程が詳細にメモされています。

アセスメント：

記載があります。

総合評価：

良。テーマからの逸脱はありますが、探究心は高く評価できます。

全ファイル最終ランキング

1. 144737.pdf（手書き量、網羅性、アセスメントのすべてが圧倒的）
2. 154221.pdf（科学的エビデンスの引用の質が最も高い）
3. 152717.pdf（解剖図の正確さと再生医療の詳述が秀逸）
4. 153818.pdf（具体的な数値データと視覚的な整理が優れている）
5. 150133.pdf（臨床指標と社会問題をバランスよくカバー）
6. 154325.pdf（移植と iPS の応用分野の調査が深い）
7. 153426.pdf（移植の現状と iPS/ES の比較が丁寧）
8. 153031.pdf（移植免疫の基礎医学的理解が非常に高い）
9. 153719.pdf（歴史・文化的アプローチと手書きの情熱が素晴らしい）
10. 154131.pdf（内臓生理学的な機序の調査が充実）
11. 152502.pdf（倫理、ガイドラインなど多角的な視点がある）
12. 154445.pdf（急性中毒やお酒の種類など実用的な情報が豊富）

13. 155034.pdf (手書き量は多いが、内容の焦点がやや逸れている)
14. 151758.pdf (全体的に記述が簡潔で、他グループに一步譲る)

それぞれの項目について1行ほどの記述があり、最後に「秀」「優」「良」で総合評価をしている。また全ファイルのランキングもしてあるが、これは確率的な要素も含むのももちろん絶対的なものではない。また最初に与えたプロンプト(評価基準)を変えると評価や総合順位も変わる。よって、これは参考程度に捉えるべきだろう。本学のレベルとしては、チューターが存在も影響していると考えられるが、内容があまりにも低いものはなかった。一方で、特に評価が「良」(この中では最低)のものは何か欠けている要素があるかもしれないので、個別のファイルに当たって調べることも重要であろう。またアセスメント(感想)に関しては、十分に振り返りが記述されていないグループもあったので、指導していく必要があるだろう。また、これは手書き文字を認識させるところから解析を始めているので Gemini を使っているが、文字起こしをした後にその文章から ChatGPT を使って評価がどうなるかということを試してみてもよいであろう。

また現在(2025年12月)では NotebookLM という Google のサービスもあり、pdf などの文書の内容からインフォグラフィックやスライドを作成することがで

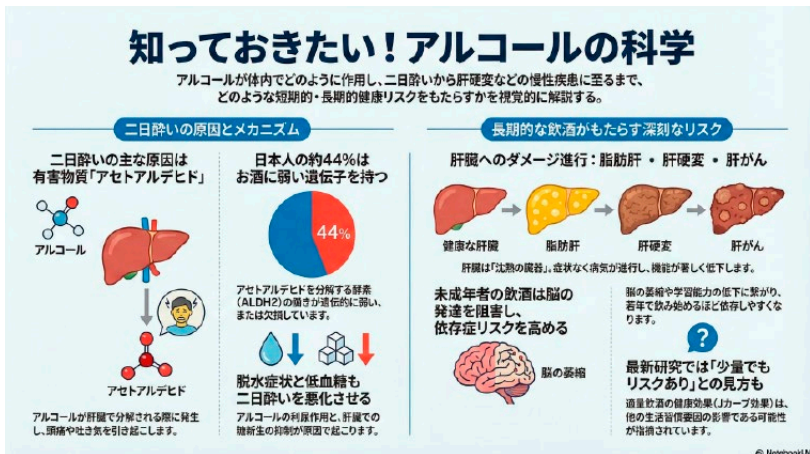


図11. あるグループのPBLのpdfからNotebookLMによって自動生成されたインフォグラフィック。

きる。あるグループの pdf に対するものを図 11, 12 に示す。この情報から評価するということも考えてもいいかもしれない。



図 12. あるグループの PBL の pdf から NotebookLM によって自動生成されたスライドの最初の 4 枚。

5. まとめと展望

本稿では、本学初年次に実施されている Problem-Based Learning (PBL) 型授業を対象として、生成 AI を活用した新たな授業評価手法の可能性を検討した教育実践についてまとめた。本学の「医学統合プログラム」は、少人数グループによる議論と自主学修を重視する PBL 形式の授業であり、チューターは学生の主体性を尊重しつつ必要最小限の介入を行う。本稿では 2023 年度に実施された「アルコール」をテーマとする PBL を具体例として、課題設定、議論、調査、発表、アセスメントに至る一連の授業プロセスを詳細に紹介している。学生はアルコール代謝、関連疾患、社会的影響などを段階的に学び、その成果は電子黒板上の手書き資料やスライドとして PDF 化され、LMS に保存される。

従来、PBL の評価は個別レポートに依存しており、グループ全体としての学修過程や到達度を十分に評価できないという課題があった。そこで著者らは、これらの成果 pdf を対象に、OCR 技術による手書き文字の文字起こしと、生成 AI (Gemini 等) による内容分析を組み合わせた評価手法を試行した。具体的に

は、生物学教室が設定した到達目標の達成状況、記述量、アセスメントの充実度などを基準として AI に評価を行わせ、複数グループ間の相対比較も行った。その結果、AI による評価は一定の妥当性を持ち、グループ学修の特徴や強みを把握する手段として有効である可能性が示された。一方で、個人情報の適切な削除、評価基準設定による結果の変動、生成 AI 特有の確率的揺らぎといった課題も明らかとなった。今後はテーマ間比較や他の AI ツールの活用も含め、PBL 教育における評価の高度化と効率化を図ることが求められる（以上、ChatGPT によるまとめを改変）。

2023年度はアルコールに関する内容であったが、他の年度は異なるテーマを扱っており、テーマによって PBL の理解度や発表、まとめなどの質がどう変化するかということを調べてみることも面白く、将来的な課題である。

謝辞：以上の報告内容は、早坂明哲代表による基盤研究 (C)23K09563「効果的な PBL 課題作成に AI で助言 - 課題作成支援ツールの開発 - 研究課題」、19K10545「機械学習で議事録を分析：PBL チュートリアルチューター支援システムの開発」の支援を一部受けている。

参考文献

- [1] UpToDate <https://www.uptodate.com/contents/search>
- [2] 藤崎弘士, 生成 AI と戯れた日々 2023, 日本医科大学基礎科学紀要 52, 65-104 (2023).
- [3] 石田基広著、『Python で学ぶ テキストマイニング入門』、シーアンドアール研究所 (2022).

(受付日 令和8年2月7日)

(受理日 令和8年3月7日)

投稿規定

1. 本誌は研究成果の発表を目的とする。
2. 投稿は本学基礎科学部門に所属する専任教員に限る。
ただし、編集委員会が認めた場合はこの限りではない。
3. 原稿は他誌に未発表のものに限り、その体裁は「投稿原稿執筆の手引き」によるものとする。
4. 原稿提出時に、その種別（論文・総説・解説・研究ノート・研究報告・教育ノート・教育報告・翻訳・書評など）を明記し、欧文タイトルをつける。
なお種別の審査決定は編集委員会が行う。
5. 校正は2校までを投稿者の責任において行う。
6. 枚数制限などをする場合がある。
7. 日本医科大学基礎科学紀要は、第52号（2023年12月）以降に掲載するすべての論文に対して、クリエイティブ・コモンズ表示4.0国際（CC BY NC ND）ライセンス（<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>）を採用した。ライセンス採用後も、すべての論文の著作権については、日本医科大学が保持するものとする。ライセンスが付与された論文については、非営利目的の場合、元の論文のクレジットを表示することを条件に、すべての者が、ダウンロード、二次使用、複製、再印刷、頒布を行うことが出来る。営利使用または改変を行う場合は、編集主幹による利用許諾を要する。また、第52号（2023年12月）以前に掲載された論文についても同様に利用許諾を要する。

編集委員

中村 成夫（代表） 藤崎 弘士（幹事）
中澤 秀夫 Steven Kirk 貝塚 公一
吉川 栄省 長谷部 孝

日本医科大学基礎科学紀要 第54号

令和8年3月31日 印刷

令和8年3月31日 発行

編集 日本医科大学基礎科学紀要編集委員会

発行 日本医科大学

基礎科学主任 中村 成夫

〒180-0023 東京都武蔵野市境南町1-7-1

日本医科大学 武蔵境校舎

印刷 栄和印刷株式会社

〒143-0006 東京都大田区平和島1-2-20

日通平和島物流センター C棟7F
